

استخدام عدة اختبارات على البواقي مع لوحة السيطرة \bar{X}

لتشخيص نماذج خطأ المعادلة

هيلاء أنس عبدالمجيد

قسم الإحصاء والمعلوماتية /كلية علوم الحاسوب والرياضيات/ جامعة الموصل

تاريخ القبول

٢٠١٣/٠٨/٠٥

تاريخ الاستلام

٢٠١٣/٠٣/٢٠

Abstract :

In this research several models were matched of dynamic linear systems of the equation error models which included ARMAX and ARX and applied using stationary on a series of input u_t and output series y_t .

Then choice the best model based on statistical criteria AIC, FPE, Loss Function model was ARX. The second method using the intervention on a series of inputs and also to choices the best model based on statistical criteria AIC, FPE, Loss Function model was ARX.

After that was the comparison between the ARX model using stationary and the ARX model using intervention based on several tests of the residual for both models, as well as test residual using one charts \bar{X} control its quality.

المستخلص:

في هذا البحث تم توفيق عدة نماذج للنظم الحركية الخطية لنماذج خطأ المعادلة بنوعيتها ARMAX و ARX. وطبقت باستخدام المراوحة على سلسلة المدخلات u_t وسلسلة المخرجات y_t , ثم اختيار أفضل نموذج بالاعتماد على المعايير الإحصائية AIC, FPE, Loss Function فكان نموذج ARX. والطريقة الثانية باستخدام التدخل على سلسلة المدخلات u_t وكذلك اختيار أفضل نموذج بالاعتماد على المعايير الإحصائية AIC, FPE, Loss Function فكان نموذج ARX.

وبعد ذلك تم المقارنة بين نموذج ARX باستخدام المراوحة و نموذج ARX باستخدام التدخل بالاعتماد على عدة اختبارات للبواقي لكلا النموذجين وكذلك اختبار البواقي باستخدام احد لوحات السيطرة النوعية لوحة الوسط الحسابي \bar{X} .

المقدمة:

ان نموذج ARX يعيد التطبيق على نطاق واسع جدا لنموذج حركي وهو الاختيار الاول للنموذج الحركي (على الرغم من اخفاقه في هيكله النماذج الاكثر تعقيدا. وهذا لا يكون سبب لانه نموذج عملي بشكل خاص) وكونه ملائم لهيكله او بناء الكثير من التطبيقات. فضلا عن ما ورد له من سهولة حساب المعلمات.

اما نموذج ARMAX هو النموذج الثاني الاكثر شيوعا للنموذج بعد نموذج ARX وتستند بعض التصميم الموجه مثل السيطرة على اقل تباين عليه, وكذلك يستخدم المعلومات في نموذج التشويش (الضجة البيضاء). ومقارنته مع نموذج ARX, فان نموذج ARMAX هو مرن لامتلاكه نموذج التشويش وبالرغم من هذه المرونة فان معلماته تكون غير خطية. [6] ان هدف البحث الكشف عن أفضل نموذج لنماذج خطأ المعادلة بطريقة المراوحة ام بطريقة التدخل باستخدام عدة اختبارات للبواقي مع لوحة السيطرة \bar{X} للبواقي.

1. نماذج خطأ المعادلة Stochastic Linear Systems (2)

في البحث تم استخدام احد مجموعات نماذج النظم الحركية الخطية التصادفية والتي تمثل نماذج خطأ المعادلة, وقبل معرفة ماهي نماذج خطأ المعادلة يتم أولا التوضيح العام لنماذج النظم الحركية الخطية التصادفية, حيث يتكون النموذج الخطي العام الذي تشتق منه جميع النماذج الخطية والذي غالبا لا يمكن تطبيقه عمليا لأنه يعتبر الهيكلية الموحدة للأنظمة الخطية، حيث يتم حساب المخرجات y_t من خلال ترشيح المدخلات بمرشح خطي يرمز له $G(q)$ والذي يسمى بالجزء المحدد ويسمى أيضا بدالة تحويل المدخلات ، فضلا عن ترشيح التشويش الأبيض الذي يرمز له v_t بمرشح خطي آخر يرمز له بـ $H(q)$ ويسمى بدالة تحويل التشويش وكذلك يسمى بالجزء التصادفي، عليه يمكن تمثيل النموذج الخطي العام بالشكل الآتي:

$$y_t = G(q)u_t + H(q)v_t \quad \dots (1)$$

ويمكن تمثيل هذا النموذج من خلال متعددات الحدود بالشكل الآتي:

$$y_t = \frac{B(q)}{F(q)A(q)} u_t + \frac{C(q)}{D(q)A(q)} v_t \quad \dots (2)$$

حيث أن:

$$A(q) = 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} + \dots + a_{na}q^{-na}$$

$$B(q) = b_1q^{-1} + b_2q^{-2} + \dots + b_{nb}q^{-nb}$$

$$C(q) = 1 + c_1q^{-1} + c_2q^{-2} + \dots + c_{nc}q^{-nc}$$

$$D(q) = 1 + d_1q^{-1} + d_2q^{-2} + \dots + d_{nd}q^{-nd}$$

$$F(q) = 1 + f_1q^{-1} + f_2q^{-2} + \dots + f_{nf}q^{-nf}$$

وان nf, nd, nc, nb, na تمثل معاملات متعددة الحدود وعلى التوالي $F(q), D(q), C(q), B(q), A(q)$ وان q^{-1} يمثل معامل الإزاحة الخلفي أي أن:

$$\begin{aligned} q^{-1}u_t &= u_{t-1} \\ q^{-2}u_t &= q(qu_{t-1}) \\ &= q(u_{t-2}) \\ &= u_{t-2} \end{aligned}$$

أما نماذج خطأ المعادلة Equation Error Models التي تضم نموذج الانحدار الذاتي مع مدخلات إضافية ARX ونموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة مع مدخلات أخرى ARMAX ، تتميز هذه النماذج بوجود المرشح الخطي $1/A(q)$ في دالة تحويل المدخلات ودالة تحويل التشويش التي تؤثر تأثيرا مباشرا على مخرجات النموذج.

وصيغة نموذج ARX بالشكل الآتي:

$$y_t = \frac{B(q)}{A(q)} u_t + \frac{1}{A(q)} v_t \quad \dots \quad (3)$$

أما نموذج ARMAX فيمكن تمثيله بالشكل الآتي:

$$y_t = \frac{B(q)}{A(q)} u_t + \frac{C(q)}{A(q)} v_t \quad \dots \quad (4)$$

٣ - التدخل (7) (9)

يحدث التدخل عند الزمن T والذي يمثل دليل التغير الحاصل في السلسلة الزمنية (مثل زيادة في مستوى الوسط).

وهناك نوعين من متغيرات التدخل، الأول يمثل حدث التدخل عند الزمن T الذي يبقى تأثيره بعد ذلك، وهذا النوع من التدخل هو دالة الخطوة Step Function

$$S_t^{(T)} = \begin{cases} 0 & t < T \\ 1 & t \geq T \end{cases} \quad \dots(5)$$

أما النوع الآخر يمثل التدخل الذي يحصل عند فترة زمنية واحدة يسمى أو يمثل الدالة النبضية Pulse Function

$$P_t^{(T)} = \begin{cases} 1 & t = T \\ 0 & t \neq T \end{cases} \quad \dots(6)$$

إن الدالة النبضية يمكن أن تنتج من خلال فروق دالة الخطوة $S_t^{(T)}$ ، حيث أن

$$P_t^{(T)} = S_t^{(T)} - S_{t-1}^{(T)}$$

$$= (1 - B)S_t^{(T)}$$

هناك عدة حالات لأثر تدخل الخطوة والنبضية :-

١- اثر مسبب غير معرف لتدخل الذي يصنع الفترة b بعد التدخل, وهكذا استنادا إلى نوع التدخل, الأثر هو :

$$wB^b S_t^T \quad \dots(7)$$

$$wB^b P_t^T \quad \dots(8)$$

٢- إن اثر التدخل هو الفترة b بعد التدخل, لكن الاستجابة تكون تدريجيا.

في حالة كون المخلات اثر تدخل الخطوة Step inputs تكون بالصيغة التالية :

$$\frac{wB^b}{(1 - \delta B)} S_t^{(T)} \quad \dots(9)$$

وفي حالة كون المخلات اثر تدخل نبضي Pulse Inputs تكون بالصيغة التالية:

$$\frac{wB^b}{(1 - \delta B)} P_t^{(T)} \quad \dots(10)$$

حيث أن $0 \leq \delta \leq 1$, عند $\delta = 0$ فان الصيغتين (٩) و(١٠) تختزل كما في الصيغتين

(٧) و(٨) على التوالي.

وإذا كانت $\delta = 1$ فان الأثر يتزايد خطيا بدون قفزة.

٤- المراوحة لسلسلة الزمنية (4) (5)

يقصد بمراوحة السلسلة الزمنية أن يكون لها وسط ثابت تتذبذب حوله البيانات أي لا تحتوي على اتجاه عام وتأثيرات موسمية أي أن يكون منحنى البيانات موازي تقريبا لإحداثي الزمن, وللسلسلة الزمنية المراوحة وسط وتباين وتباين مشترك ثابتين بالنسبة للزمن. وأيضا هناك سلاسل زمنية غير مراوحة بسبب احتوائها على الاتجاه العام والتذبذبات غير المنتظمة مما يجعل لها عدة متوسطات.

ويتم تحويل السلسلة الزمنية غير المراوحة باستخدام الفروق المناسبة ليعالج تأثير عدم المراوحة للوسط الحسابي وتكون طريقة الفروق بطرح قيم مشاهدات السلسلة من بعضها البعض في ترتيب زمني محدد, أي أن تطبيق التحويل $\nabla = (1 - B)$ على السلسلة الزمنية غير المراوحة (أي اخذ الفرق الأول لها) إلى سلسلة مراوحة كالآتي :

$$\nabla y_t = (1-B)$$

$$Z_t = y_t - y_{t-1} \dots\dots\dots(11)$$

حيث أن Z_t تمثل الفرق بين قيمتي مشاهدين متتاليتين. أما إذا كانت السلسلة غير ثابتة بالتباين يستخدم احد التحويلات (الجزر التربيعي، اللوغاريتم.....الخ) المناسبة لثبوت التباين لسلسلة الزمنية.

٥- اختبارات فحص البواقي (1)

بعد التعرف على نموذج مبدئي لسلسلة البيانات وتقدير معالم هذا النموذج تجري بعض التشخيصات على البواقي وهي مجموعة من الاختبارات لمعرفة فيما إذا كان النموذج المطبق للسلسلة الزمنية مقبولاً أم لا.

٥-١ اختبار المتوسط

يقصد كون متوسط البواقي هو متوسط صفري أي ان $E(a_t) = 0$.

٥-٢ اختبار العشوائية

يتم بواسطة اختبار الجري Runs test حول المتوسط أي أن $(K = \mu)$ وحول الصفر $(K = 0)$ وهو احد الاختبارات اللامعلمية.

٥-٣ اختبار الترابط أو الاستقلال

يختبر ترابط أو استقلال البواقي بواسطة اختبار الترابط الذاتي - Test Autocorrelation وذلك برسم الترابطات الذاتية acf للبواقي

٥-٤ اختبار طبيعة البواقي

يتم اختبار فيما إذا كانت البواقي موزعة طبيعياً وذلك بعدة طرق :-

٥-٤-١ اختبار حسن التطابق، استخدام الاختبار اللامعلمي Kolmogorov-Smirnov (k-s Test)

٥-٤-٢ مخطط الاحتمال الطبيعي Normal Probability Plot

٥-٤-٣ المضلع التكراري للبواقي Histogram of the Residuals

٦- لوحة السيطرة النوعية للوسط الحسابي \bar{X} Chart (3)

استخدمت احد لوحات السيطرة للمتغيرات على البواقي في هذا البحث لوحة \bar{X} التي

استخدام عدة اختبارات على البواقي مع لوحة السيطرة \bar{X} لتشخيص نماذج خطأ المعادلة

تبين التغير الحاصل في قيمة متوسط البواقي، إذ يحدد في هذه المخططات حدي السيطرة الأدنى والأعلى بحيث يقع المتوسط ما بين هذين الحدين بإحتمال 99.7%، إذا كانت بواقي النموذج تحت السيطرة أي إنه 0.3% من الحالات يتخذ القرار الخاطيء بأن البواقي خارج السيطرة في حين إنها في الواقع تحت السيطرة ويحسب الحدين المذكورين كالآتي:

أ- يسحب ما لا يقل عن 25 عينة ويحسب الوسط الحسابي \bar{X}_i لكل عينة $\bar{X}_i = \frac{\sum_{j=1}^m X_{ij}}{m}$ ثم

يحسب الوسط الحسابي للأوساط الحسابية للعينات المسحوبة $\bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{X}_i}{n}$ ، إذ إن $j = 1, 2, \dots, m$ and $i = 1, 2, \dots, n$

m : تمثل حجم كل عينة

n : تمثل عدد العينات المسحوبة.

X_{ij} : تمثل المفردة j الواقعة في العينة i .

ب- إيجاد الوسط الحسابي لمديات كل عينة \bar{R} إذ يحسب من العلاقة:

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{n} \quad \text{where } R_i = X_{iL} - X_{iS} \quad \dots(12)$$

إذ إن X_{iL} يمثل أكبر قيمة من وحدات العينة i .

X_{iS} يمثل أصغر قيمة من وحدات العينة i .

ج- يحسب حدي السيطرة الأعلى والأدنى الأوليين، كما يلي:

الحد الأعلى

$$UCL(\bar{X}) = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} \quad \dots(13)$$

الحد الأدنى

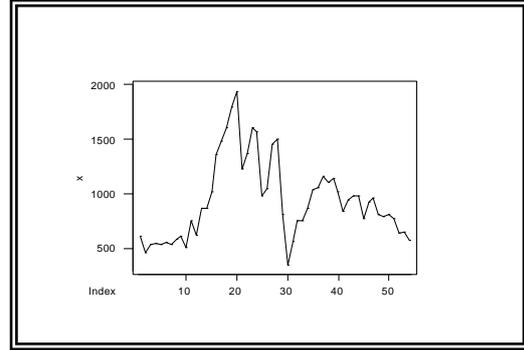
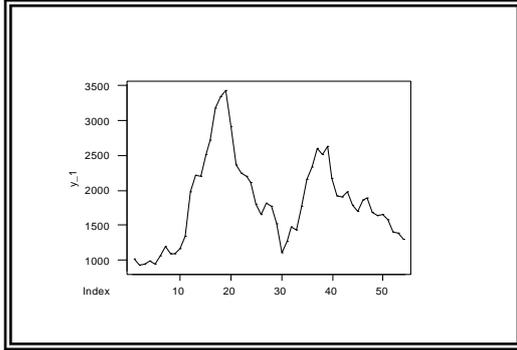
$$LCL(\bar{X}) = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R} \quad \dots(14)$$

إذ إن A_2 تمثل ثابت معاملات حدود السيطرة

د- إذا وقعت متوسطات كافة العينات ضمن حدي السيطرة الأعلى والأدنى الأوليين يعتبر هذان الحدان نهائيان، أما إذا وقع الوسط الحسابي لواحدة أو أكثر من العينات خارج الحدين الأوليين يعاد حساب حدي السيطرة بعد إستبعاد العينات الواقعة خارج الحدين الأوليين.

٧- الجانب التطبيقي

لتحديد أفضل نموذج حركي باستخدام المراوحة من جهة واستخدام التدخل من جهة أخرى وذلك بتطبيق ما ذكر في الجانب النظري على بيانات حقيقية للفترة الزمنية (١٩٠٧-١٩٦٠) وهي مشاهدات اقتصادية التي تمثل بيانات الحملة الاعلامية Advertising (المدخلات X_t) وبيانات الاسعار Sales (المخرجات Y_t). (8), ويمكن تمثيل الرسم الزمني للمدخلات والمخرجات بالشكلين رقم (١) ورقم (٢) كالآتي :



الشكل (٢): يمثل الرسم الزمني للسلسلة الزمنية لبيانات للمخرجات

الشكل (١): يمثل الرسم الزمني للسلسلة الزمنية لبيانات للمدخلات

نلاحظ من الشكلين (1) و (2) إن البيانات غير مراوحة, تم اخذ الفرق الأول والثاني للسلسلتين الزمنيتين X_t و Y_t . وبتطبيق نماذج خطأ المعادلة ARX, ARMAX تم توفيق العديد من النماذج بمعلمات متعددة ومختلفة لكل نموذج من نماذج خطأ المعادلة واختيار أفضل نموذج حسب المعايير الإحصائية AIC, FPE, Loss Function وأفضل نموذج من بين هذه النماذج هو الذي يمتلك اقل قيمة للمعايير الإحصائية وكما موضح في الجدول (1) :

الجدول (1) : نماذج خطأ المعادلة مع المعايير الخاصة بكل نموذج

النموذج \ المعايير والرتب	na	nb	nc	Nk	AIC	Loss fun.	FPE
ARX	٢	١٠	-	٠	١.٩١٣٢	٣.٩٧٤٤٣	٦.٨٦٤٩٣
ARMAX	٢	٤	٧	٠	٢.٢٦٣٨	٣.٦٧٢٤٦	١٠.٤٩٢٧

استخدام عدة اختبارات على البواقي مع لوحة السيطرة \bar{X} لتشخيص نماذج خطأ المعادلة

من الجدول (1) تم اختيار أفضل نموذج من بين النموذجين بطريقة المراوحة فوجد أن النموذج ARX يعطي اقل قيمة بالنسبة لمعيار FPE, AIC بينما المعيار Loss function نلاحظ فرق بسيط جداً لذلك تم اختيار نموذج ARX وصيغته بالشكل الآتي:

$$y_t = -0.4565 * y_{t-1} - 0.3346 * y_{t-2} + 0.02679 * u_{t-1} - 0.2023 * u_{t-2} - 0.347 * u_{t-3} - 0.3068 * u_{t-4} - 0.4274 * u_{t-5} - 0.4533 * u_{t-6} - 0.5281 * u_{t-7} - 0.3803 * u_{t-8} - 0.2957 * u_{t-9} - 0.2617 * u_{t-10} + a_t \dots (15)$$

أما في حالة التدخل نلاحظ من الشكل (1) ظهر تدخل الخطوة المؤقت عند السنة 1921 واستمر إلى سنة 1936 حيث أن $1920 < t < 1936$ ، وكذلك ظهر تدخل الخطوة الدائم عند السنة 1937 واستمر حيث أن $t > 1936$ ، فتكون بيانات التدخل للمدخلات حسب الصيغة (16) كالآتي:

$$S_t^{(r)} = \begin{cases} 0 & t \leq 1920 \text{ \& } t = 1963 \\ 1 & 1920 < t < 1936 \text{ \& } t > 1936 \end{cases} \dots (16)$$

وبتطبيق نماذج خطأ المعادلة ARMAX, ARX تم توفيق العديد من النماذج بمعلمات متعددة ومختلفة لكل نموذج من نماذج خطأ المعادلة واختيار أفضل نموذج حسب المعايير الإحصائية AIC, FPE, Loss Function وأفضل نموذج من بين هذه النماذج هو الذي يمتلك اقل قيمة للمعايير الإحصائية وكما موضح في الجدول (2):

الجدول (2): نماذج خطأ المعادلة مع المعايير الخاصة بكل نموذج

النموذج \ المعايير والرتب	na	nb	nc	nk	AIC	Loss fun.	FPE
ARX	٢	١٠	-	٠	١٠.٦٣٤٩	٢٤٣٨١	٤٢١١٢.٦
ARMAX	٢	٣	٧	٠	١٠.٩٣٢٧	٢٤٠٥٨.٧	٥٩٢٢١.٤

من الجدول (2) تم اختيار أفضل نموذج من بين النموذجين فوجد أن النموذج ARX يعطي اقل قيمة بالنسبة لمعيار FPE, AIC, Loss function، لذلك تم اختيار نموذج ARX لأنه يقابل اقل قيمة للمعايير، وصيغته بالشكل الآتي:

$$y_t = -1.718 * y_{t-1} + 0.8198 * y_{t-2} - 86.52 * s_{t-1} - 170.9 * s_{t-2} + 284.6 * s_{t-3} + a_t + 0.7572 * a_{t-1} + 0.4649 * a_{t-2} + 0.0003306 * a_{t-3} - 0.3665 * a_{t-4} - 0.1952 * a_{t-5} + 0.273 * a_{t-6} - 0.2526 * a_{t-7} \dots (17)$$

وبعد اختيار أفضل نموذج باستخدام المروحة فكان هو نموذج ARX وكذلك اختيار أفضل نموذج باستخدام التدخل فكان هو نموذج ARX, ولتحديد أي حالة تعطي أفضل نموذج للبيانات فيتم استخدام عدة اختبارات على البواقي لنموذج كلا الحالتين, وعليه يتم إيجاد قيم البواقي للنموذج باستخدام المروحة بالاعتماد على الصيغة (١٥) و بعد التبسيط نحصل على :

$$a_t = y_t + 0.4565 * y_{t-1} + 0.3346 * y_{t-2} - 0.02679 * u_{t-1} + 0.2023 * u_{t-2} + 0.347 * u_{t-3} + 0.3068 * u_{t-4} + 0.4274 * u_{t-5} + 0.4533 * u_{t-6} + 0.5281 * u_{t-7} + 0.3803 * u_{t-8} + 0.2957 * u_{t-9} + 0.2617 * u_{t-10} \quad \dots(18)$$

الصيغة (١٨) التي من خلالها يتم إيجاد قيم البواقي باستخدام المروحة الموضحة في الجدول(3) :

$$a(1:10) = 0 \quad \text{علما بان}$$

الجدول (٣) : يوضح قيم البواقي لنموذج ARX باستخدام المروحة

t	a_t	t	a_t	t	a_t
١	٠.٠٠٠٠٠٠	١٧	-٠.٢٠٠٩٥	٣٣	-٣.٩١٠٤٠
٢	٠.٠٠٠٠٠٠	١٨	-٦.٤٤٨٧٠	٣٤	-١.٩٠٠٠٠
٣	٠.٠٠٠٠٠٠	١٩	-٢.٠٩٢٩٠	٣٥	٢.٣٨١٤٠
٤	٠.٠٠٠٠٠٠	٢٠	٣.٣٣٥٢٠	٣٦	-١.٣٦٨٥٠
٥	٠.٠٠٠٠٠٠	٢١	-٠.٣٨٨٩٢	٣٧	٢.٨٦٧٣٠
٦	٠.٠٠٠٠٠٠	٢٢	-٣.٤٣٨٥٠	٣٨	-٣.٩٧٧٢٠
٧	٠.٠٠٠٠٠٠	٢٣	-٠.٤٨٠٨٤	٣٩	٢.٠١٩٧٠
٨	٠.٠٠٠٠٠٠	٢٤	٠.٧١٠٧٨	٤٠	-٠.٥٤٣٨٣
٩	٠.٠٠٠٠٠٠	٢٥	-٣.٠٠١٠٠	٤١	-٠.٠٤٥٧٣
١٠	٠.٠٠٠٠٠٠	٢٦	-١.٦٦٤٤٠	٤٢	-٢.٦٩٧٤٠
١١	-٢.٠٣٥٨٠	٢٧	٣.١٥٧٥٠	٤٣	-١.١٩٧٩٠
١٢	-١.٨٤٥٨٠	٢٨	-٤.٥٩٣١٠	٤٤	٢.٢٩٧٧٠
١٣	٠.٤٩١٠١	٢٩	-٠.٦٢٦٧٤	٤٥	-١.١٧٥١٠
١٤	٢.٣٤٤٤٠	٣٠	١.٩٤٨٢٠		
١٥	٤.١١٣١٠	٣١	٤.١٦٥٥٠		
١٦	-٤.٣٧٤٨٠	٣٢	٧.١٦٩٣٠		

وكذلك يتم إيجاد قيم البواقي لنموذج باستخدام التدخل بالاعتماد على الصيغة (١٧) و بعد التبسيط نحصل على:

استخدام عدة اختبارات على البواقي مع لوحة السيطرة \bar{X} لتشخيص نماذج خطأ المعادلة

$$a_t = y_t + 1.718 * y_{t-1} - 0.8198 * y_{t-2} + 86.52 * s_{t-1} + 170.9 * s_{t-2} - 284.6 * s_{t-3} - 0.7572 * a_{t-1} - 0.4649 * a_{t-2} - 0.0003306 * a_{t-3} + 0.3665 * a_{t-4} + 0.1952 * a_{t-5} - 0.273 * a_{t-6} + 0.2526 * a_{t-7} \quad \dots(19)$$

الصيغة (١٩) التي من خلالها يتم إيجاد قيم البواقي باستخدام التدخل الموضحة في

الجدول (4):

علما بان $a(1:7) = 0$:

الجدول (٤) : يوضح قيم البواقي لنموذج ARX باستخدام التدخل

t	a_t	t	a_t	t	a_t
١	٠.٠٠٠	١٧	٩٠٤.٨٢	٣٣	٦٣٢.٥١
٢	٠.٠٠٠	١٨	٥٢٠.٢٢	٣٤	٧٨٢.٢٣
٣	٠.٠٠٠	١٩	٧٦٦.١٥	٣٥	٦٨٥.٩٦
٤	٠.٠٠٠	٢٠	٤٩٨.٩٢	٣٦	٨٥٦.٨٦
٥	٠.٠٠٠	٢١	٥١٤.٠١	٣٧	١٠١٢.٧٠
٦	٠.٠٠٠	٢٢	٨٦٠.١٨	٣٨	٨٢٢.٥٤
٧	٠.٠٠٠	٢٣	٦٩٥.٢٧	٣٩	٧٩٧.٣٥
٨	٠.٠٠٠	٢٤	٨٨٤.٣٨	٤٠	٥٨٢.٩٥
٩	٠.٠٠٠	٢٥	٥٢٢.٩٨	٤١	٧١٨.٧٤
١٠	٠.٠٠٠	٢٦	٦٥١.٨٢	٤٢	٨٢٠.٨٣
١١	٤٩١.٦٤	٢٧	٨٨٧.٣٢	٤٣	٨١٧.٣٢
١٢	٩٧٩.٩٦	٢٨	٦٠٩.٥٢	٤٤	٥٣٩.٢٧
١٣	٦٠١.٣٧	٢٩	٤٦١.٨٩	٤٥	٦٧٣.٢٦
١٤	٥٤٩.٠٣	٣٠	٢٩٦.١٧		
١٥	٩٦٤.٢١	٣١	٩٢٤.٣٢		
١٦	٧٢٧.٠٢	٣٢	٨٦٧.٤٤		

بعد إيجاد قيم البواقي لنموذج ARX باستخدام المراوحة وقيم البواقي لنموذج ARX باستخدام التدخل سيتم إجراء اختبارات البواقي كالاتي :

١- اختبار المتوسط

$$E(a_t) = \cdot \quad \text{متوسط البواقي باستخدام المراوحة بشكل تقريبي}$$

$$E(a_t) = 553.8 \quad \text{متوسط البواقي باستخدام التدخل}$$

٢- اختبار العشوائية

اختبار العشوائية للبواقي باستخدام المراوحة

Runs Test: a

$$K = -0.2446$$

The observed number of runs = 24
 The expected number of runs = 23.2222
 25 Observations above K 20 below
 The test is significant at 0.8122
 Cannot reject at alpha = 0.05
 MTB > Runs 0 'a'

لاختبار معنوي عند ٠.٨١٢٢ يعني قبول فرضية عشوائية البواقي

Runs Test: a

a
 K = 0.0000
 The observed number of runs = 19
 The expected number of runs = 19.4889
 13 Observations above K 32 below
 The test is significant at 0.8569
 Cannot reject at alpha = 0.05

لاختبار معنوي عند ٠.٨٥٦٩ يعني قبول فرضية عشوائية البواقي

اختبار العشوائية للبواقي باستخدام التدخل

Runs Test: a

a
 K = 553.8036
 The observed number of runs = 14
 The expected number of runs = 22.9556
 26 Observations above K 19 below
 The test is significant at 0.0056

MTB > Runs 0 'a'

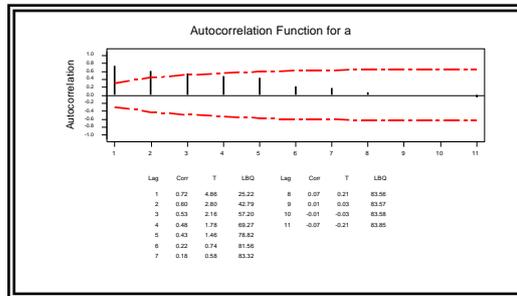
الاختبار غير معنوي عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$ أي سيتم رفض فرضية عشوائية البواقي

Runs Test: a

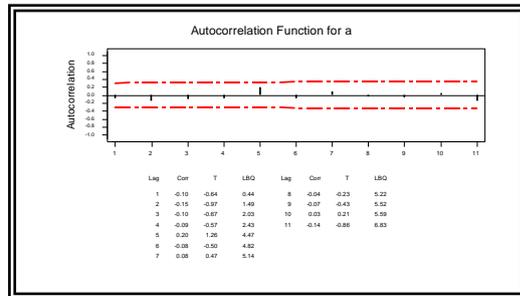
a
 K = 0.0000
 The observed number of runs = 2
 The expected number of runs = 16.5556
 35 Observations above K 10 below
 * N Small -- The following approximation may be invalid
 The test is significant at 0.0000

الاختبار غير معنوي عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$ أي سيتم رفض فرضية عشوائية البواقي.

٣- اختبار الترابط والاستقلال



الشكل (٤): يمثل رسم دالة الارتباط الذاتي للبواقي باستخدام التدخل



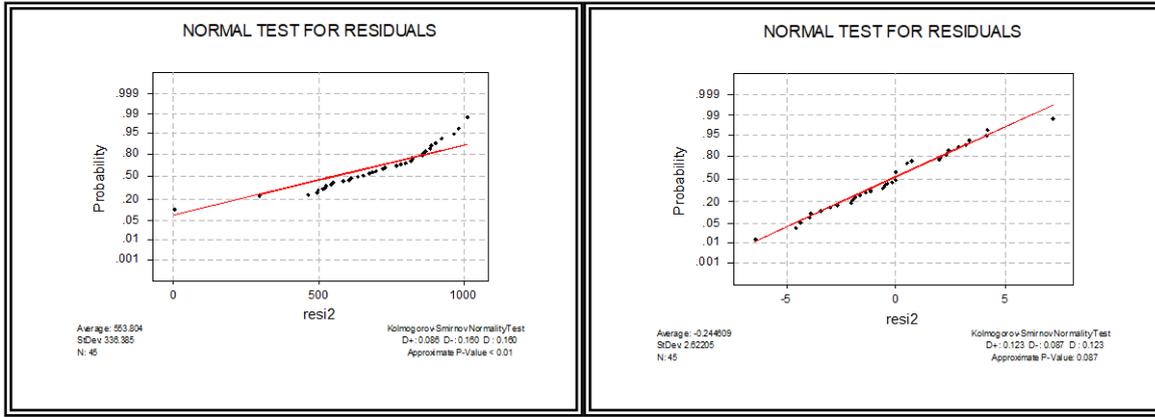
الشكل (٣): يمثل رسم دالة الارتباط الذاتي للبواقي باستخدام المراوحة

استخدام عدة اختبارات على البواقي مع لوحة السيطرة \bar{X} لتشخيص نماذج خطأ المعادلة

الشكل (٣) يوضح اختبار الترابط والاستقلال (acf) للبواقي انها تعطي انماط الضجة البيضاء أي انها غير مترابطة واذا كانت طبيعية فهي مستقلة باستخدام المروحة والشكل (٤) يوضح اختبار الترابط والاستقلال (acf) للبواقي انها مترابطة أي غير مستقلة باستخدام التدخل.

٤- اختبار طبيعة البواقي

أ) اختبار حسن المطابقة

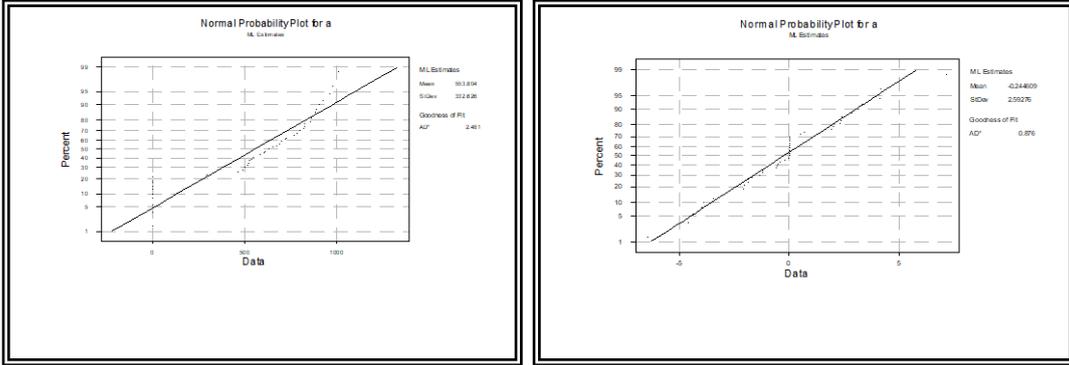


الشكل (٦): يمثل رسم اختبار حسن المطابقة باستخدام المروحة

الشكل (٥): يمثل رسم اختبار حسن المطابقة باستخدام المروحة

اختبار K-S اعطى في الشكل (٥) $D^+ = 0.123$, $D^- = 0.087$, $D = 0.123$ الـ P-value للاختبار هي ٠.٠٨٧ وهي اكبر من $\alpha = 0.05$ أي سيتم قبول الفرضية ان البواقي موزعة طبيعيا، والشكل (٦) $D^+ = 0.086$, $D^- = 0.160$, $D = 0.160$ الـ P-value للاختبار هي اقل من ٠.٠١ اذا الاختبار معنوي عند $\alpha = 0.05$ أي سيتم قبول فرضية طبيعة البواقي.

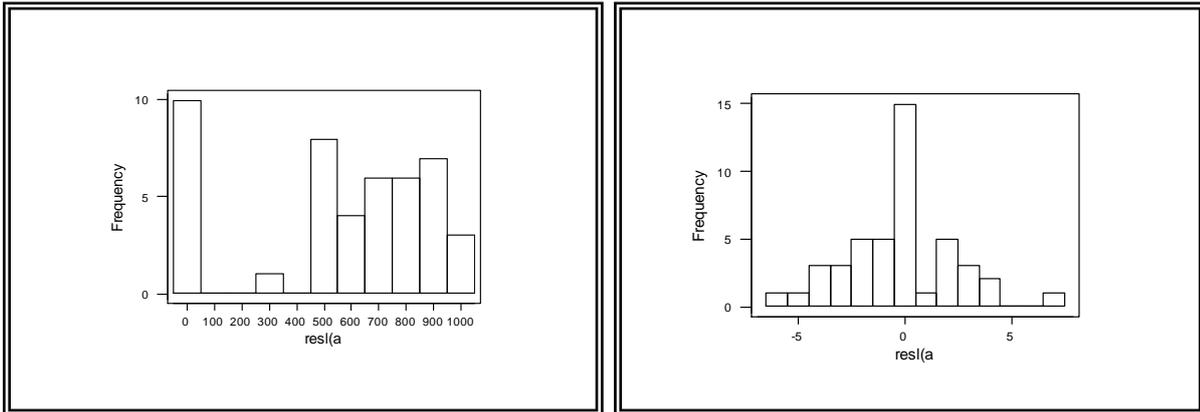
ب) مخطط الاحتمال الطبيعي



الشكل (٨): يمثل رسم الاحتمال الطبيعي باستخدام التدخل

الشكل (٧): يمثل رسم الاحتمال الطبيعي باستخدام المراوحة

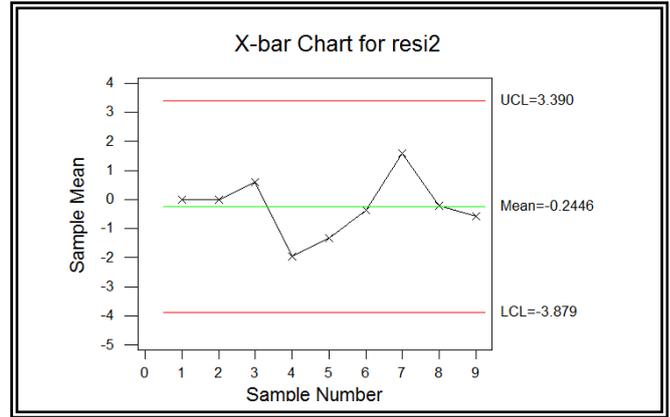
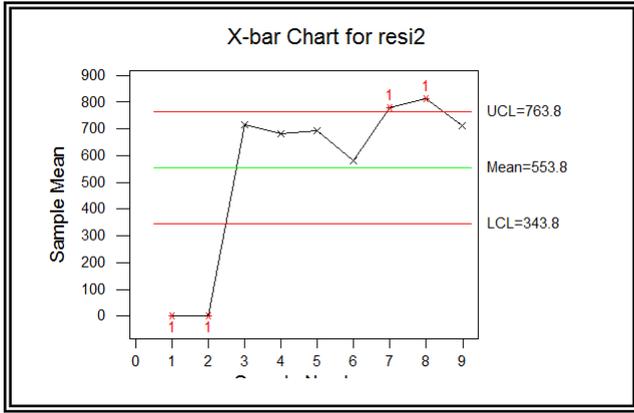
ج) المضلع التكراري للبواقي



الشكل (١٠): يمثل رسم المضلع التكراري للبواقي باستخدام التدخل

الشكل (٩): يمثل رسم المضلع التكراري للبواقي باستخدام المراوحة

من الشكل (٩) نلاحظ انه متناظر وله شكل التوزيع الطبيعي تقريبا. ومن الشكل (١٠) نلاحظ انه لا يأخذ شكل التوزيع الطبيعي. واخيرا طبقت لوحة السيطرة \bar{X} لبواقي ARX باستخدام المراوحة وباستخدام التدخل كما في الشكلين (١١) (١٢) على التوالي :



الشكل (١٢): يمثل رسم لوحة $\bar{X} - R$ للبواقي باستخدام التدخل

الشكل (١١): يمثل رسم لوحة للبواقي باستخدام المراقبة $\bar{X} - R$

من الشكل (١١) نلاحظ إن جميع متوسطات البواقي باستخدام المراقبة تقع داخل حدي السيطرة للوسط الحسابي، بينما الشكل (١٢) نلاحظ ان معظم متوسطات البواقي باستخدام التدخل لا تقع داخل حدي السيطرة فعند القيمة الأولى والثانية والسابعة والثامنة تقع خارج حدي السيطرة بالنسبة للوحة الوسط الحسابي، اذن من استخدام المعايير الاحصائية AIC, FPE, Loss Function واختبارات البواقي ولوحة السيطرة النوعية \bar{X} للحصول على أفضل نموذج لـ ARX فكان نموذج ARX باستخدام المراقبة هو الأفضل لامتلاكه اقل قيمة لمعايير الإحصائية ولتحقيق اختبارات البواقي وكذلك جميع متوسطات البواقي تقع داخل حدي السيطرة للوحة السيطرة النوعية \bar{X} .

٨- الاستنتاجات

- ١- ان افضل نموذج من نماذج خطأ المعادلة باستخدام المراقبة هو ARX بالاعتماد على المعايير الاحصائية AIC, FPE, Loss Function، وان افضل نموذج من نماذج خطأ المعادلة باستخدام التدخل هو ايضا ARX بالاعتماد على المعايير الاحصائية AIC, FPE, Loss Function
- ٢- ان نموذج ARX باستخدام المراقبة قد حقق جميع اختبارات البواقي بينما نموذج ARX باستخدام التدخل قد اخفق في اغلب الاختبارات.
- ٣- من رسم لوحة السيطرة \bar{X} لبواقي نموذج ARX باستخدام المراقبة فان جميع النقاط تقع داخل حدود السيطرة بينما من رسم لوحة السيطرة \bar{X} لبواقي نموذج ARX باستخدام التدخل هناك ثلاث نقاط خارج حدود السيطرة الموضحة في الشكل رقم (١٢). وعليه فان افضل نموذج لنماذج خطأ المعادلة هو ARX باستخدام المراقبة وصيغته كالاتي:

$$y_t = -0.4565 * y_{t-1} - 0.3346 * y_{t-2} + 0.02679 * u_{t-1} - 0.2023 * u_{t-2} - 0.347 * u_{t-3} - 0.3068 * u_{t-4} \\ - 0.4274 * u_{t-5} - 0.4533 * u_{t-6} - 0.5281 * u_{t-7} - 0.3803 * u_{t-8} - 0.2957 * u_{t-9} - 0.2617 * u_{t-10} + a_t$$

المصادر

- ١- بري، د.عدنان ماجد عبد الرحمن."طرق التنبؤ الاحصائي"،الجزء الاول.كلية العلوم، جامعة الملك سعود (٢٠٠٢).
- ٢- حياوي، د.هيام عبد المجيد. " تشخيص النظم الحركية الخطية التصادفية من خلال علاقتها مع الزمن"، اطروحة دكتوراه (غير منشورة)،كلية علوم الحاسبات والرياضيات، جامعة الموصل(٢٠٠٦).
- ٣- عبد الملك، د.عادل. "الهندسة الصناعية " دار الكتب للطباعة والنشر، الطبعة الاولى جامعة البصرة (٢٠٠٠).
4. Elisabeta R. Rosca," Stationary and non- Stationary Time Series" University „Stefan cel Mare” of Suceava, Romania, Vol. 10, No. 1(11),(2010)
5. Makridakis, S., Wheelwright, S., & Mcgee, E., "Forecasting Methods and Applications ",2nd ed. John Wiley & Sons New York U.S.A. (1998).
6. Nelles,O., "Nonlinear System Identification from Classical Approach to Neural Network and Fuzzy Models", Springer Verlag Belin Heidelberg Germany (2001).
7. Paul A. Tiffin^{1,2} and Gyles Glover³, " From commitment to reality: early intervention in psychosis services in England" Early Intervention in the Real World, doi:10.1111/j.1751-7893.2007.00004.x
8. Wei, W.W.S., "Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods", Addison Wesley Publishing Company Inc.The advanced Book Program California U.S.A. (1990).
9. Wei, W.W.S., "Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods",2nd ed. Addison Wesley Publishing Company Inc.The advanced Book Program California U.S.A. (2006).