حساب المعلمات الهيدروديناميكية للموجة الصدمية الضاغطة في عملية احتواء البلازما

د. صلاح عبد الوهاب شيت
فرع الفسلجة / كلية طب نينوى
جامعة الموصل

د. نبهان عبد الكريم حمدون
علوم الحاسبات / كلية الحدباء الجامعة

حازم فاضل محمود
فرع الفسلجة / كلية طب نينوى
جامعة الموصل

الاستلام ٢٦ / ٠٢ / ٢٠٠٨
القبول ٠٣ / ٠٦ / ٢٠٠٨

Abstract:

Determination of hydrodynamic parameters of shock wave were performed in the inertial plasma confinement which includes: Pressure, Speed, Mach number, Density of the two region(up stream and down stream) for the assumed fuel pellet. The shock wave created via the ablation of the outer shell of fuel pellet, through exposed it the laser and consequently caused to compressed the liquid fuel material (D-T) to moved directed to the center of pellet. Coding of numerical solutions (finite difference technique) of hydrodynamic equations by using a scientific language Matlab version (R2006a) in the smoothing and drawing of the data.

الخلاصة:

تم حساب المعلمات الهيدروديناميكية لموجة الصدمة في عملية احتواء البلازما بالقصور الذاتي والمتضمنة: الضغط، السرعة، عدد ماخ. الذي يمثل النسبة بين سرعة الموجة الصدمية الى سرعة الصوت في الطبقة المجاورة للصدمة، الكثافة لمناطق كبسولة الوقود المفترضة، وقد شملت

هذه الحسابات منطقتي موجة الصدمة والموصوفتين بمنطقة عكس الصدمة (Up stream) ومنطقة مع الصدمة (Down stream) واعتمدت آلية توليد موجة الصدمة نتيجة لانفجار القشرة الخارجية لكبسولة الوقود بعد تعرضها لطاقة أشعة الليزر ومن ثم مسببة انضغاط مادة الوقود السائل المستخدم (الديتريوم–التريتيوم) (D-T) باتجاه مركز الكبسولة. وقد اعتمد في عملية الحساب برنامجاً حاسوبياً أعد لهذا الغرض (ملحق) مستخدمين تقانة التفريق المحدد (Finite difference technique) بوصفه حلاً عددياً للمعادلات الهيدروديناميكية مستفيدين من إمكانية البرنامج العلمي Matlab Version (R2006a) في نمذجة البيانات ورسم المنحنيات.

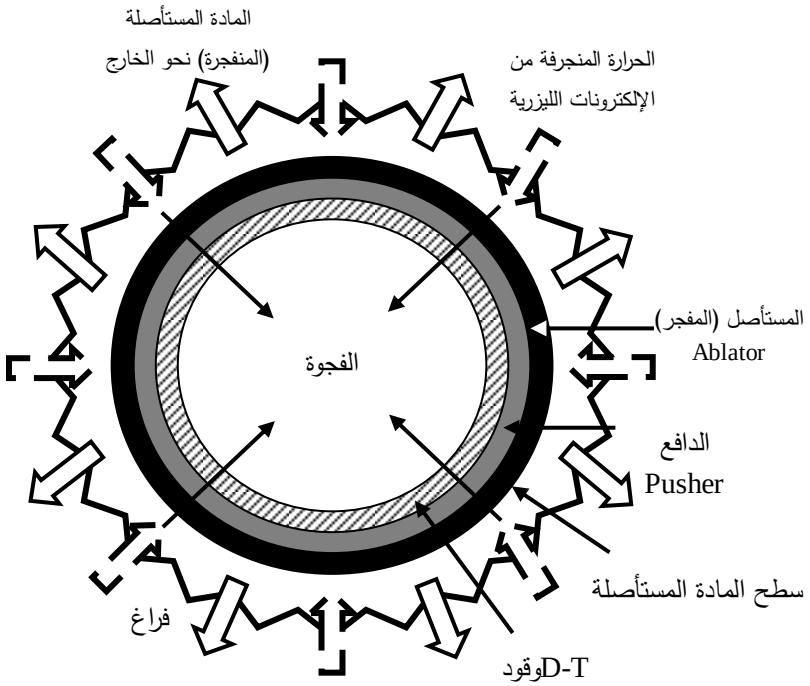
المقدمة :

تعد عملية احتواء وحصر البلازما (Plasma Confinement) من العمليات المعقدة جداً والتي يصعب السيطرة والتحكم بها. وقد حظيت باهتمام كثير من الباحثين.

تتحقق عمليات الاندماج النووي بطرق مختلفة منها طريقة الاحتواء المغناطيسي وطريقة الاحتواء باستخدام القصور الذاتي للمادة وهي مضمون بحثنا حيث استخدمت آلية الاندماج المستندة على انضغاط الوقود إلى كثافة عالية تقدر بحدود (١٠٠٠–١٠٠٠٠) مرة بقدر كثافتهاالأصلية. إن عملية تسليط الضغوط المقدرة بـ(10^{12} ضغط.جو) لا تتم من خلال الطرق الميكانيكية وإنما تحصل عليها من خلال تزودها بطاقات كبير جدا تنقل لها وفق آليات مختلفة (Energy Driving Mechanism):

١- حزم الليزر Leaser Beam ذات الطاقات العالية وذلك باستخدام الغازات.
٢- الحزم الإلكترونية Electronic Beam.
٣- الحزم الأيونية Ionic Beam.

وفي مجال بحثنا سنركز على الآلية الأولى (حزم الليزر) حيث يتم تسليط نبضات مكثفة من الطاقة ومن خلال أشعة الليزر على كبسولة الوقود (Fuel pellet) ومن جميع الاتجاهات وفي آن واحد كما في الشكل (1).



الشكل (١) كرية وقود الاندماج النووي باستخدام احتواء البلازما بواسطة القصور الذاتي (11)

وإن التجهيز بالطاقات العالية يتم باستخدام ليزرات (KrF) الذي يولد أشعة بطول (٠.٢٥) ما يكرون أو ليزر (Co_2) الذي يولد أشعة بطول (١٠.٦) مايكرون، حيث يؤدي إلى تسخين القرص الوقودي وتبخيره مولدة سحابة (Corona) من مادة البلازما ذات كثافة إلكترونية قليلة بحدود (10^{18}-10^{20}) مسببة موجات صدمية (Shock wave) تعمل على انضغاط مادة وقود سائل الديتريوم – التريتيوم (D-T) إلى الداخل باتجاه المركز وهذا يزيد من كثافة الوقود مما يولد اضطرابات صوتية تختلف سرعتها حسب كثافة المادة والوسط وهذا الاختلاف في السرع يولد انحدارا في جبهة الموجة الصدمية الذي يتزايد مع الزمن (١، ٢، 3، 4).

الجانب النظري :

إن دراسة الأسس النظرية والتحليل الرياضي لبعض الخواص المهمة لعملية حدوث التفاعلات الاندماجية تتطلب أولاً: اقتراب النوى المتفاعلة من بعضهاالبعض إلى مسافة بحدود (10^{-14}m) والذي بدورها يتطلب أيضا تسخين المادة الوقودية إلى درجات حرارية عالية تقدر بحدود (10^{8}k) وثانياً: احتواء مادة البلازما الساخنة لفترة زمنية طويلة نسبيا لغرض استمرار هذه التفاعلات. إن تحقيق هذين الشرطين يتضمن تطبيق قاعدة لوسن (Lowson Criteria) وهي

حاصل ضرب كثافة الجسيمات (n) لتفاعل المادتين (D-T) المتفاعلة وزمن الاحتواء. وتطبيق شرط لوسن بحيث تكون [$n\tau \geq 20\ m^{-3}.\ sec$].

إن أهم عملية في التفاعل الاندماجي النووي للاحتواء بالقصور الذاتي هي التصادمات الثنائية والتي تعتبر مقياساً لمربع الانضغاط [١٠] وكون الوقود المستخدم سائل الـ(D-T) من الموائع فإنه بالإمكان تطبيق قوانين ضغط المادة [3، 5].

معادلة الاستمرارية
$$(\frac{\partial}{\partial t}+U\frac{\partial}{\partial R})\rho=-\rho\frac{1}{R^{\alpha-1}}.\frac{\partial}{\partial R}R^{\alpha-1}U$$

معادلة الحركة
$$\rho(\frac{\partial}{\partial t}+U\frac{\partial}{\partial R})U=-\frac{\partial p}{\partial R}$$

معادلة الطاقة
$$\rho(\frac{\partial}{\partial t}+U\frac{\partial}{\partial R})e=-p\frac{1}{R^{\alpha-1}}.\frac{\partial}{\partial R}R^{\alpha-1}U$$

حيث تمثل:

ρ : الكثافة المادية للمائع (Kgm/m^3).

P : الضغط (N/m^3)

e : الطاقة الداخلة لكل وحدة كتلة (Joule/Kg).

U : سرعة المائع (m/sec).

α = ١،٢،٣ حسب نوع الإحداثيات المستخدمة الديكارتية والاسطوانية والكروية على التوالي:

R=x للإحداثيات الديكارتية.

$R=\sqrt{x^2+y^2}$ للإحداثيات الاسطوانية.

$R=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ للإحداثيات الكروية.

إن مجموعة المتغيرات الواردة في المعادلة (١) (ρ ، U، P ، e) هي دوال للزمان والمكان وتسمى بمعادلات أويلر (Euleran equation). أما معادلات لاكرانج التي تصف حركة المائع الموضعية ذات الكتلة المحدودة فإنها توصف كما يلي [3، 6]:

$dm=\rho\,dx$ ..... (2)

حيث m: الكتلة لوحدة المساحة (Kgm/m^2).

ولأجل تحويل المعادلات الهيدروديناميكية التي تصف حركة المائع إلى صيغة لاكرانج، فإن معادلة الاستمرارية مثلاً بصيغة أويلر هي:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}(\rho U)=\frac{\partial\rho}{\partial t}+\rho\frac{\partial U}{\partial x}+U\frac{\partial p}{\partial x}=0$$

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

حيث:

$$\frac{D}{D\mathrm{T}} = \frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x}$$

وبتعويض المعادلة (٢) في المعادلة (٣)

$$\frac{D\mathrm{V}}{DT} = \frac{\partial U}{\partial m}$$

حيث v تمثل الحجم النوعي وأن:

$$\mathrm{V} = \frac{1}{\rho}$$

$$\frac{D}{DT} \rightarrow \frac{\partial}{\partial t}$$

وعندها يمكن كتابة معادلة الاستمرارية بإحداثيات لاكرانج بالصيغة التالية:

$$\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial t} = \frac{\partial U}{\partial m}$$

أو بالصيغة العامة:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial m}(R^{\alpha-1}U)$$

وكذلك معادلة الحركة:

$$\frac{\partial \dot{U}}{\partial t} = -R^{\alpha-1}\frac{\partial p}{\partial m}$$

نعرف عدد ماخ (Mach Number) بأنه النسبة بين سرعة الموجة الصدمية الى سرعة الصوت في الطبقة المجاورة للصدمة $M = \frac{D}{Cs}$

حيث أن:

M: عدد ماخ.

D: سرعة الموجة الصدمية (m/sec).

Cs: سرعة الصوت في المنطقة المجاورة للصدمة (m/sec).

ولأجل تحليل الموجة الصدمية آخذين بنظر الاعتبار المنطقة التي توجد فيها الصدمة والمنطقة المجاورة لها باعتبارهما منطقتين مصنفتين إلى منطقة عكس الصدمة (Up stream)

ومنطقة مع الصدمة (Down stream) والتي فيها تتباطئ سرعة المادة إلى مادون سرعتها في المنطقة الأولى فضلا عن افتراض أن التدفق متوازن وهذا يؤدي إلى إهمال المشتقات التي تعتمد على الزمن وبالتالي تكامل معادلات الحفظ (معادلة (١)).

$$\left.\begin{aligned} &\rho_0 U_o = \rho_1 U_1 \\ &P_0 = \rho_0 U_0^2 = P_1 + \rho_1 U_1^2 \\ &h_0 + U_0^2/2 = h_1 + U_1^2/2 \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

حيث:

$$\in = C_v kT$$
$$h_p = \in + P/\rho$$

عندما:

Cv: الحرارة النوعية بثبوت الحجم.

k : ثابت بولتزمان (joul/k).

T : درجة الحرارة (k).

$\in$: الطاقة الداخلية.

h : الانثالبي.

وتسمى مجموعة المعادلات (٤) معادلات رانكن–هوكنت (Rankine-Hugoniot Relate ions)، حيث من خلالها يمكن إيجاد قوة الصدمة (Shock strength)، سرعة الصدمة (فارق السرعة بين المنطقتين) أو إيجاد الضغط في منطقة الـ(Down stream) من خلال كثافة وضغط المائع الغير المضطرب المسلط عليه الصدمة والمتمثل بـ P_0, P_0 [3، 7].

الحسابات والنتائج.

تعطي الحسابات العددية معلومات مفيدة ومهمة ومن الصعب الحصول عليها بالتجارب العملية، وكون المعادلات الهيدروديناميكية هي معادلات تفاضلية جزئية لا خطية فإنه يمكن حلها عددياً باستخدام تقنية التفريق المحدد القياسية ومن خلال برنامج حاسوبي أعد لهذا الغرض، حيث تم حساب الضغط والطاقة من خلال سرعة الانضغاط وحساب الحجم النوعي والكثافة فضلا عن الطاقة الداخلية وحساب الضغط كدالة للمكان من خلال معادلات كرونسن للحالة Grunsisen Equation of state [8، 9].

$$P = P_H + \frac{\gamma_S}{V_S}(I - I_H)$$

حيث أن:

P_H : ضغط هوكنت.

I_H : طاقة هوكنت الداخلية.

γ_s : معامل كرونسن قيمته (٢.٠-١.٠) لمعظم المواد.

V_s : الحجم النوعي المضغوط.

إن معادلة الحالة العامة للغاز المثالي

$$\epsilon = C_v T = \frac{1}{(\gamma - 1)} PV$$

$$h = C_p T = \frac{\gamma}{(\gamma - 1)} PV$$

حيث تمثل γ النسبة بين الحرارة النوعية تحت ضغط ثابت وحجم ثابت وهي ٥/٣ للغاز المثالي (معامل الغاز) ومنها تم إيجاد:

$$U_0^2 = \frac{V_0}{2}((\gamma - 1)P_0 + (\gamma + 1)P_1)$$

$$U_1^2 = \frac{V_0}{2}\left(\frac{((\gamma+1)P_0 + (\gamma-1)P_1)^2}{(\gamma-1)P_0 + (\gamma+1)P_1}\right)$$

من العلاقات السابقة ومن المعادلة (٤)، يمكننا استنتاج:

$$\frac{P_1}{P_0} = \left(\frac{(\gamma+1)\rho_1 - (\gamma-1)\rho_0}{(\gamma+1)\rho_1 - (\gamma-1)\rho_1}\right)$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_0} = \left(\frac{(\gamma+1)P_1 + (\gamma-1)P_0}{(\gamma-1)P_1 + (\gamma+1)P_0}\right)$$

$$\frac{T_1}{T_0} = 1 + \left(\frac{2\gamma}{(\gamma+1)^2}\right)\left(\frac{\gamma M_0^2 + 1}{M_0^2}\right)(M_0^2 - 1)$$

P_0, ρ_0, M_0, U_0: السرعة، عدد ماخ، الكثافة، الضغط في منطقة عكس الصدمة (Up Stream).

P_1, ρ_1, M_1, V_1: السرعة، عدد ماخ، الكثافة، الضغط في منطقة مع الصدمة (Down Stream).

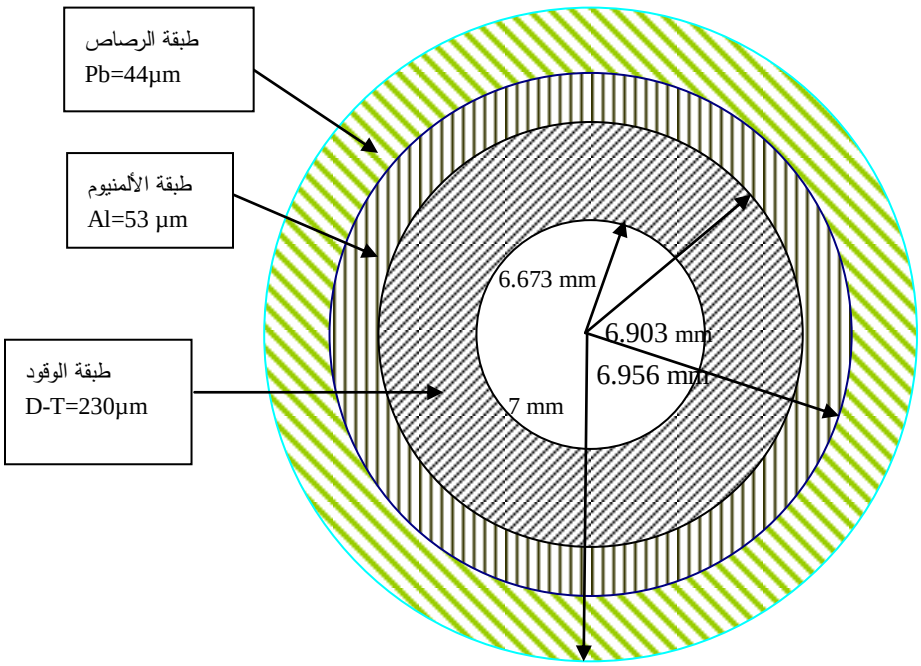
كما تم إيجاد عدد ماخ لكل من المنطقتين (مع الصدمة وعكس الصدمة) من خلال العلاقتين الآتيتين:

$$M_1 = \left(\frac{(\gamma-1) + (\gamma+1)\frac{P_0}{P_1}}{2}\right)^{1/2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

$$M_0 = \left(\frac{(\gamma-1)+(\gamma+1)\frac{P_1}{P_0}}{2\gamma}\right)^{1/2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(6)$$

وتوضح الأشكال (٤، ٣، ٢) مقدار التغير في قوة الصدمة (عدد ماخ) لمنطقة عكس الصدمة بوصفها دالة للنسبة بين ضغطي وكثافتي ودرجة الحرارة كل من منطقة مع الصدمة الى منطقة عكس الصدمة على التوالي $\frac{T_1}{T_0}, \frac{\rho_1}{\rho_0}, \frac{P_1}{P_0}$. يتضمن البرنامج الحسابي حلاً عددياً للمعادلات الهيدروديناميكية ذات البعد المكافئ الواحد ولمختلف أنواع الإحداثيات (الديكارتية، الأسطوانية، الكروية) لعدد من الطبقات (لحد ١٠ طبقات) وبسمك مختلف لكل طبقة وأي عدد مختار من النقاط الشبكية لكل طبقة.

تم افتراض قرصاً وقودياً كروياً متكون من طبقتين من الألمنيوم ذات سمك (٥٣) مايكرومتر والرصاص ذات سمك (٤٤) مايكرومتر بعد طبقة الوقود لقرص الوقود الموصوف في الشكل (٢).



الشكل (٢): تركيبة قرص الوقود

حيث تم تقسيم هاتين الطبقين إلى ٥٣، ٤٤ منطقة ثانوية على التوالي وان منطقة الوقود قد قسمت الى (١١٥) منطقة ثانوية أي أن سمك كل منطقة ثانوية في مادتي pb و AL هي (١μm) وفي الوقود هي (2/4 μm) وعلى اعتبار الفترة الزمنية هي ($2x10^{-12}$sec).

ثوابت الرصاص هي: الكثافة $11.3\ gm/cm^3$، سرعة الصوت 1190m/sec عند درجة حرارة (20°c) و S=1.45 و γ_s=1.4.

ثوابت مادة الألمنيوم هي: كثافة gm/cm (2.7)، سرعة الصوت (5350m/sec) و S=1.35 و γ_s=1.7. كثافة مادة الوقود $0.2\ gm/c\ m^3$ سرعة الصوت 1483m/sec و S=2 و γ_s=1. كما تم اعتماد معامل اللزوجة مساوي صفر.

المناقشة والاستنتاج

إن ظاهرة عدم الاستقرارية والمصاحبة لعملية احتواء البلازما ونموها تنشأ من اختلاف الكثافة لمواد القشرة البينية (Shell Interfase) والتي بدورها تزيد من عامل الانضغاط نحو مركز الكبسولة، وبسبب ظهور عدم الاستقرارية فإنه من الصعب التعامل مع الموجات الصدمية الموصوفة بالمعادلات الهيدروديناميكية من دون عامل اللزوجة ولكن اختفاؤها عند جانبي الصدمة جعلها لا تؤثر على انتقال التدفق خلال الصدمة. كما يظهر من علاقات رانكن–هوكنت، ومن خلال هذا البحث لوحظ ما يلي:

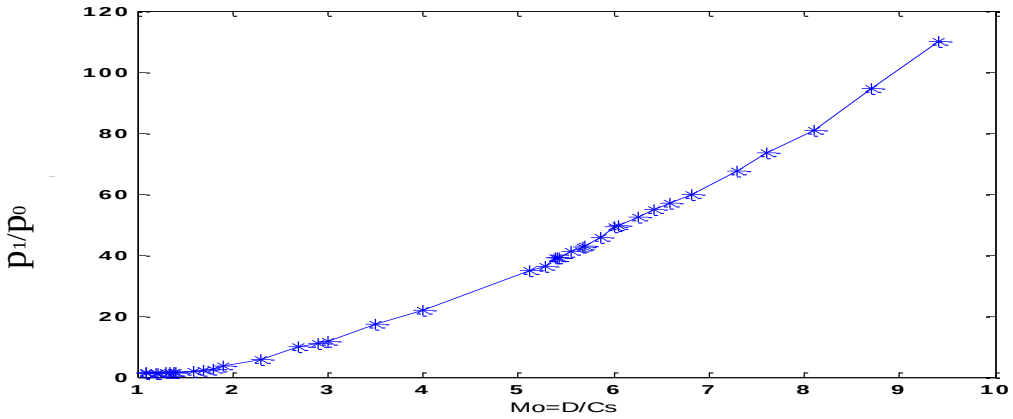
١) لاحظنا من خلال علاقات رانكن–هوكنت (المعادلة ٤) أن قوة الصدمة تتناسب طردياً مع الجذر ألتربيعي للمقدار $\frac{P_1}{P_0}$، ولهذا فإن المعادلة (٥) تؤول إلى:

$$M_1 \to (\frac{\gamma - 1}{2\gamma})^{1/2} \to 0.45$$

ومنها يستنتج عندما تكون $M_0>1$ فإن $M_1<1$ أي أن حركة الصدمة تكون فوق المدى الصوتي في المنطقة التي تؤثر بها الصدمة، وتكون دون المدى الصوتي في المنطقة المجاورة للصدمة. لذلك ولصدمات قوية فإن قيمة المقدار $\frac{P_1}{P_0}$ تؤول إلى:

$$\frac{P_1}{P_0} \to 1 + \frac{2\gamma}{\gamma + 1}(M_0^2 - 1) \to \infty$$

وهذا ما يوضحه الشكل (٣).



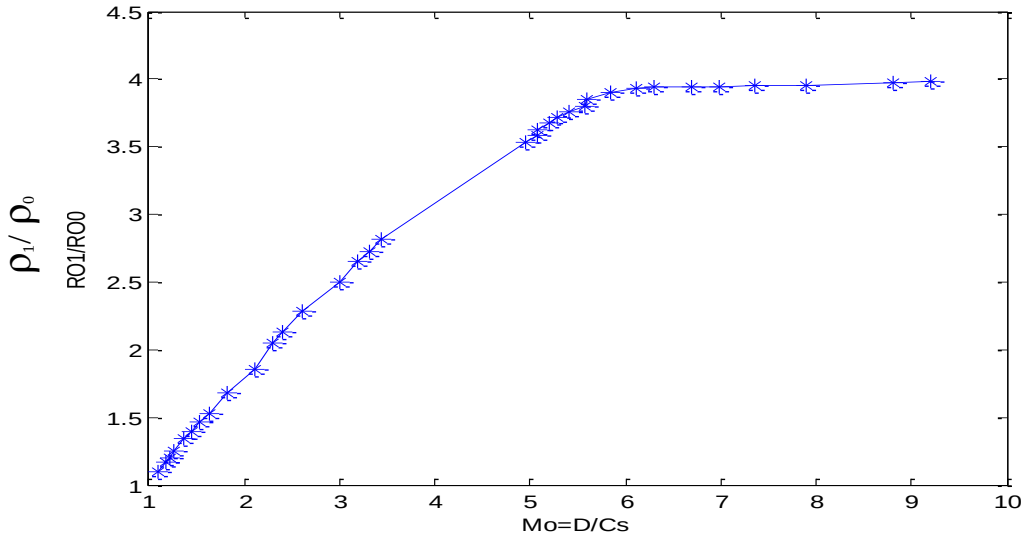
الشكل (٣): النسبة بين مركز الضغط لمنطقتي عكس الصدمة ومع الصدمة

(p1/p0) للغاز بوصفها دالة لعدد ماخ (Mo)

وأن المقدار $\frac{\rho_1}{\rho_0}$ عليه تؤول إلى:

$$\frac{\rho_1}{\rho_0} \rightarrow \frac{(\gamma+1)M_0^2}{(\gamma-1)M_0^2+2} \rightarrow \frac{\gamma+1}{\gamma-1}$$

٢) نستنتج أن أعظم انضغاط يمكن التوصل إليه باستخدام الغاز المثالي (γ =5/3) تكون قيمته (٤) وهذا يمكن ملاحظته في الشكل (٤).



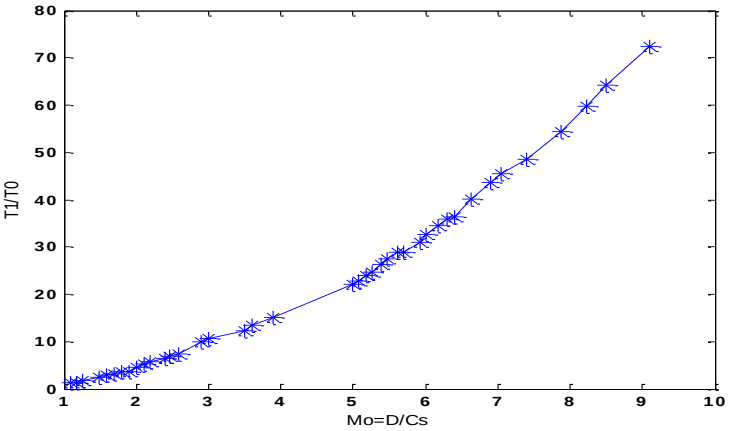
الشكل (٤): النسبة بين كثافتي منطقتي عكس الصدمة ومع الصدمة

(ρ_1/ρ_0 للغاز بوصفها دالة لعدد ماخ (Mo)

أما المقدار $\frac{T_1}{T_0}$ فأنه يؤول إلى:

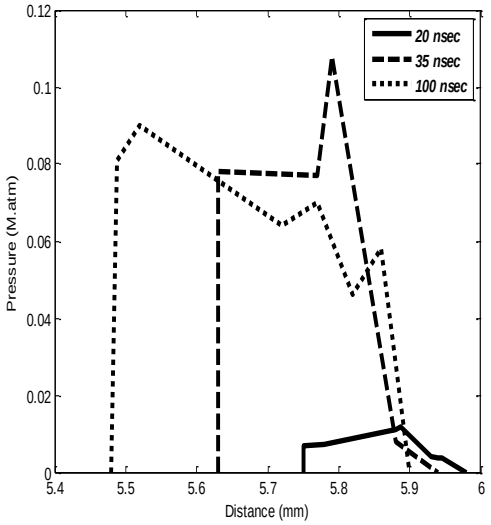
$$\frac{T_1}{T_0} \to \frac{(\gamma+1)}{(\gamma-1)}\frac{P_1}{P_0} \to \infty$$

والشكل (٥) يبين هذه العلاقة.

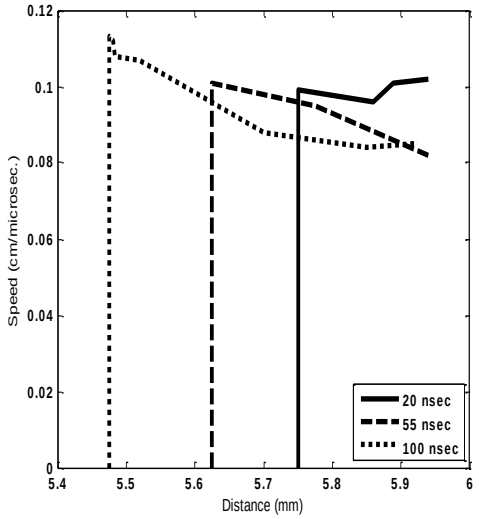


الشكل (٥): النسبة بين درجتي حرارة منطقتي عكس الصدمة ومع الصدمة (T_1/T_0) للغاز بوصفها دالة لعدد ماخ (M_0).

٣) إن الضغط المتولد ينتقل إلى داخل تركيبة كبسولة الوقود باتجاه المركز مع تزايد الزمن وهذا ما يوضحه الشكل (٦)، أما مضمون الشكل (٧) يتلخص بأن الموجات الصدمية تنتقل بتزايد الزمن داخل تركيبة الكبسولة باتجاه المركز.



الشكل (٧): قيم الضغط (Pressure) بوصفه دالة للمسافة (Distance) بعد أزمان مختلفة(20, 55, 100 nsec)



الشكل (٦): سرعة الموجة الصدمية (Speed) بوصفها دالة للمسافة (Distance) بعد أزمان مختلفة (20, 55, 100 nsec)

٤) كما يلاحظ أن زيادة المساحة تحت المنحنى كلما ازداد الزمن وهذا يشير إلى زيادة معدل الانتشار لعملية الضغط والتي تشمل جميع مناطق الكبسولة.

المصادر

1) J. S. Goela, AnIntroduction to laser fusion, Sci. Rep.18,448, (1981).

2) R. L. Murray, Nuclear Energy, Pergamon press, (1988).

3) J. J. Duder stadt, G. A. Moses, Inertial Confinement Fusion. John Wiley and Sons, (1982).

4) M. J. Zucrow, GasDaynamics, John Wiley and Sons, (1976).

5) R. Richtmyer, K. Morton, DifferenceMethods For Initial Value Problems, 2nd ed, New York, Interssience, (1976).

6) J. E. Fromm, Lagrangian Difference Appro yimations For Fluid Dynamics, LA-2535, (1961).

7) C. M. Armstrong, B. H. Ripin, Emission of Energetic Electrons from Nd-Laser-Produced Plasma, Journal of Applied Physics, 50 (1979).

8) C. L. Mader, Numerical Modeling of Detonations, Univ. Calif. Press, (1979).

9) F. H. Harlow, A. A. Amsden, Fluid Dynamics: An Introductry Text, LA-4100, (1970).

10) T. J. Dolan, Fursionj Reserch, Priciples,Experiment and T .

١١) عزوز، د.عاصم عبد الكريم، عبد الله، د رحمن رستم، فيزياء البلازما، (١٩٩١) جامعة الموصل.

12) J. E. Fromm, Lagrangian Difference Appro yimations For Fluid Dynamics, LA-2535, (1961).

ملحق برنامج لحساب الضغط والكثافة بوصفها دالة لسرعة الانضغاط

```
05   C          PROGRAM   FORT
10   C
20   C          UNIT  CM , MICROSEC , MEGABAR , CC / G
30   C
40              REAL * 4  IMESH , K , KM , IDEL
50              DIMENSION  VOL (400) , R(400) , E(400) , P(400)
60              DIMENSION  THICK(10) , IMESH(10) , RHO(10) , AM(400)
70              DIMENSION   C(10) , S(10) , GAMMA(10) , K(I) , U(400)
80              DIMENSION    VOLO (400) , Q(400)
90              ICYCL = 0
100             TTIME = O
110             DELT = 2 . E-6
120             READ (5 , *)    IREGION
130              READ (5 , *)    IALPHA
140              READ (5 , *)    (THICK(I), I=1 ,  IREGION)
150              READ (5 , *)    (IMESH (I), I=1 ,  IREGION)
160              READ (5 , *)    (RHO(I), C(I), )S(I), GAMMA(I),I=1,IREGION
170   C          READ (5 , *)    (AMU1(I), I=1, IREGION)
180             IDEL = IALPHA-1
190             WRITE (6,  *)IREGION
200              WRITE (6,  *)IALPHA
210             WRITE (6,  *)(THICK(I), I=1,  IREGION)
220              WRITE (6,  *)(IMESH(I), I=1,  IREGION)
230              WRITE (6,  *)(RHO(I), C(I), S(I), GAMMA(I),I=1,  IREGION)
240              DO    10   I=1,  IREGION
250              IF  (I.GT.1)  GO TO 20
260              K(I)  =1+IMESH (I)
270              GO TO    10
280       20     K(I)=K(I-1)= IMESH (I)
290       10    WRITE   (6,*)K(I)
300             CONTINUE
310             KM=0
320             DO   40   I=1 ,  IREGION
330             KM=KM+IMESH(I)
340       40    CONTINUE
350             KM=KM+2
360             AM(1)=1.E-8
370             R(1)=0.6673
380             DO    30   J=1,  IREGION
390             IF  (J.EQ.1)  GO TO 31
400             IF  (G.EQ.  IREGION)   GO   TO   32
410             O   33   I=(K(J-1)+1), K(J)
420             R(I)=R(I-1)+THICK(J)
430             AM(I)=RHO(J)  *(R(I)**IDEL)*THICK(J)
440       33    CONTINUE
450             GO   TO   30
460       31    DO   34 I=2, K(J)
470             R(I)=R(I-1)+ THICK(J)
480             AM(I)=RHO(J)*(R(I)☆☆IDEL)*THICK(J)
490       34    CONTINUE
500             GO   TO   30
510       32    DO   35 I=(K(J-1)+1), KM-1
```

```
520          R(I)=R(I-1)+THICK(J)
530          AM(I)=RHO(J)*(R(I)**IDEL)*THICK(J)
540     35   CONTINUE
550     30   CONTINUE
560          R(KM)=2.*R(KM-1)-R(KM-2)
570          AM(KM)=2.*AM(KM-1)-AM(KM-2)
580    C     DO  39  I=1,KM
590    C     WRITE(6,38)I,R(I),AM(I)
600    C 38  FORMAT(1H,I3,3X,2(3X,E12.5))
610    C 39  CONTINUE
620    C
630    C     INITIAL VALUES
640          READ(5,*)  PO,UO,VF
650          WRITE(6,*)  PO,UO,VF
660    C
670    C     INITIAL  CONDITION
680    C
690          IREGION=3
700          KM=K(3)+1
710          DO  50  J=1 IREGION
720          IF( J . EQ .1)  GO  TO  60
730          IF( J . EQ . IREGION) GO  TO 70
740          DO 80  I=(J-1)+1),K(J)
750          VOL(I)=1 ./RHO(J)
760          VOLO(I)=VOL(I)
770          IF ( J . 1)   GO  TO  100
780          U(I)=0 .0
790          GO  TO   110
800   100    U(I)=UO
810   110    Q(I)=0 .
820          E(I)=0.
830          P(I)=PO
840    80    CONTINUE
850          GO  TO  50
860    60    DO  81  I-1,K(J)
870          VOL(I)=1 ./ RHO(J)
880          VOLO(I)=VOL(I)
890          IF( J .NE .1)  GO  TO  101
900          U(I)=0 . 0
910          GO  TO  111
920    101   U(I)=UO
930    111   Q(I)=0 .
940          E(I)=0 .
950          P(I)=PO
960     81   CONTINUE
970          GO  TO  50
980     70   DO 82  I=(K(J-1)+1),KM
990          VOL(I)=1 . /RHO(J)
1000         VOLO(I)=VOL(I)
1010         IF( J . 1)   GO  TO  102
1020         U(I)=0 .0
1030         GO  TO  112
1040   102   U(I)=UO
1050   112   Q(I)=0 .
1060         E(I)=0 .
```

```
1070         P(I)=PO
1080    82   CONTINUE
1101   50    CONTINUE
1102   C
1110   C     BOUNDARY  CONDITION
1120   C
1130   200   P(1)=0.
1140         P(2)=0.
1150         P(KM)=0.
1160         R(1)=2.*R(2)-R(3)
1170         R(KM)=2.*R(KM-1)-R(KM-2)
1180   C
1190   C      VELOCITY  CALCULATION
1200   C
1210         DO  300  I=2,KM-1
1220         U(I)=U(I)-DELT*(R(I)**IDEL)*( P(I)+Q(I)-
1230         &P(I+1)-Q(I-1))/AM(I))
1240         IF (ABS(U(I)).LT.1.E-4) U(I)=0 .
1250   300   CONTINUE
1260   C
1270   C      LAGRANGE CO-ORINATE
1280   C
1290         DO  400  I=2,KM-1
1300         R(I)=R(I)-U(I)*DELT
1310   400   CONTINUE
1320   C
1330   C      VOLUME CALCULATION
1340   C
1350         DO  500  I=2,KM-1
1360         VOL(I)=(R(I)**IDEL)*(R(I)-R(I-1))/AM(I)
1370    500   CONTINUE
1380   C
1390   C      VISCOSITY CALCULATION
1400   C
1410         DO  600 I=2, KM-1
1420         Q(I)=0.
1430         UT=U(I)-U(I-1)
1440         IF (UT.LE.0.)  GO  TO  600
1450         Q(I)=ABS(VF*.5*(U(I)+U(I-1))*UT/VOL(I))
1460   600   CONTINUE
1470   C
1480   C      ENERGY CONTINUE
1490   C
1500         DO  700 I=2,KM-1
1510         E(I)=E(I)-(P(I)+Q(I))*(VOL(I)-VOLO(I))
1520         IF (ABS(E(I)).LT.1.E-5) E(I)=0.
1530    700   CONTINUE
1540   C
1550   C      PRESSURE CONTINUE
1560   C
1570         DO 800  J=1,IREGION
1580         IF(J.EG.1)  GO  TO  810
1590         IF(J.EG.IREGION)  GO  TO  820
1600         DO 830  I=K(J-1)+1,K(J)
1610         VO=1./RHO(J)
```

```
1620          VVO=VO-VOL(I)

1630          HP=((C(J)/(VO-S(J)*VVO))**2)*VVO
1640          HE=(HP+PO)*VVO/2.
1650          P(I)=HP+GAMMA(J)*(E(I)-HE)/VOL(I)
1660    830   CONTINUE
1670          GO  TO  800
1680    810   DO 831  I=2,K(J)
1690          VO=1./RHO(J)
1700          VVO=VO-VOL(I)
1710          HP=((C(J)/(VO-S(J)*VVO))**2)*VVO
1720          HE=(HP+PO)*VVO/2.
1730          P(I)=HP+GAMMA( J )*(E(I)-HE)/VOL(I)
1740    831   CONTINUE
1750          GO  TO  800
1760    820   DO  832  I=K(J-1)+1,KM-1
1770          VO=1./RHO(J)
1780          VVO=VO-VOL(I)
1790          HP=((C(J)/(VO-S(J)*VVO))**2)*VVO
1800          HE=(HP+PO)*VVO/2
1810          P(I)=HP+GAMMA(J)*(E(I)-HE)/VOL(I)
1820    832   CONTINUE
1830    800   CONTINUE
1840    C
1850    C     PRINT  OUT
1860    C
1870          TTIME=TTIME+DELT
1880          ICYCL=ICYCL+1
1890          IPRINT=(ICYCL/2500)*2500- ICYCL
1900          IF( IPRINT .NE.0)  GO  TO  19
1910          WRITE(6,901) ICYCL,TTIME
1920    901   FORMAT(1H,I6,10X,E12.5)
1930          WRITE (6,919)
1940    919   FORMAT ( STEP  ISTANCE ,3X,PRESSER,4X,  VOLUME
1950          5X,ENERGY,6X,VELOCITY)
1960          WRITE(6,920)
1970    920   FORMAT (- - - -    - - - -,3X,- - - - ,4X,- - - - )
1980          5X,- - - -  ,6X- - - -  ,)
1990          DO  750  I=1,KM
2000          WRITE(6,900)I,R(I),P(I),VOL(I),E(I),U(I),Q(I)
2010    900   FORMAT (1H,I5,6(1X,E11.4))
2020    750   CONTINUE
2030    C
2040    C     UPDATE VOLUME
2050    C
2060    C 19  CONTINUE
2070      19  DO 950 I=2,KM-1
2080          VOLO(I)=VOL(I)
2090    950   CONTINUE
2100          IF(ICYCL.LT.40001)  GO  TO  200
2110          STOP
2120          END
```