تحليل بنية التغاير لمجموعتين من البيانات المكانية المختلفة مع التنبؤ

محمد نذير إسماعيل قاسم و غانم محمود ظاهر الحاصود
كلية التربية / قسم الرياضيات
جامعة الموصل

الاستلام	القبول
16/11/2006	21/02/2007

Abstract

This research tackles the analysis of spatial covariance structure for two different spatial data sets which involve the crome ore and copper ore respectively, where crome ore lies in a regular lattice and the copper ore lies in an irregular lattice.

The fitted Varigoram function to the crome ore is appeared to be the spherical model while the fitted one to the copper ore is appeared to be the De Wijsian model, the De Wijsian model is characterized to have infinite variance and this can be seen in figures that are obtain in this work. Finally, the elementary Krigins is carried to both ores and the results are encouraging.

الخلاصة

يهدف هذا البحث إلى تحليل بنية التغاير المكاني لمجموعتين مختلفتين من البيانات المكانية وتمثل المجموعة الأولى بيانات لمعدن الكروم (*cr*) والتي تقع في شبكة منتظمة (Regular Lattice) . أما بيانات المجموعة الثانية فهي بيانات لمعدن النحاس (*cu*) والتي تقع في شبكة غير منتظمة (Irregular Lattice) ، وتم توفيق دالة الفاريوكرام لمعدن الكروم (*cr*) والذي تبين أنه موافق للنموذج الكروي (Spherical model) بينما المعدن الثاني معدن النحاس (*cu*) موافق لنموذج ديفزين (De wijsian model) والنموذج الأخير يتميز بكون تباينه غير محدد وهذا ما تظهره الأشكال التي زودت بهذا البحث وكذلك تم إجراء تنبؤ كريگنك الاعتيادي على البيانات وكانت النتائج مشجعة .

المقدمة : (Introduction)

من المعلوم أن البيانات المكانية يتم الحصول عليها من منطقة أو مناطق توجد فيها خامات معدنية أو مياه جوفية أو نباتات طبيعية أو أمراض وبائية تضر بالإنسان أو النبات أو كليهما معاً تمكن الباحثين الإحصائيين من التعرف على البنية أو التركيب لشكل التغاير المكاني أو الارتباط المكاني الموجود بين المشاهدات الواقعة ضمن حقل ما أو منطقة ما . انظر(Lai, 2004), (Chiles&Delfiner, 1999)

وقد أصبح من الممكن صياغة نموذج إحصائي لبنية التغاير لأي معدن قيد الدراسة وتناول هذا البحث تحليل بنية التغاير الموجود من بيانات خام معدن الكروم وخام معدن النحاس التي أخذت من تقرير من سجلات التحليل الكيميائي (1990) ، وهدف البحث صياغة نموذج رياضي لبنية التغاير وكذلك التنبؤ عن خامات المعدنين في مواقع غير مقاسة في منطقة الدراسة .

المتغير المكاني : (Regionalized Variable)

إن المتغير الذي يتعامل به الإحصاء المكاني يختلف عن المتغير الاعتيادي اذ أن لكل قيمة من قيم المتغير المكاني إحداثيات تمثل موقع تلك القيمة سواءً كانت على سطح الأرض في المستوي أو في باطن الأرض أو خارجها في الفضاء مثل التلوثات الجوية بالغازات .

لنفرض $Y(x)$ يمثل المتغير المكاني عند الموقع x ضمن المنطقة D في فضاء إقليدس حيث :

$x \in D \subseteq R^P$ (حيث $P=2$ في المستوي ، $P=3$ في الفضاء)

وعند التنقيب عن المعادن يكون هناك n من البيانات :

$$Y(x_1), Y(x_2), \ldots, Y(x_n)$$

في المواقع :

على الترتيب $x_1, x_2, \ldots, x_n$

إن التباين بين المشاهدات أحيانا يكون كبيراً أو غير معروف مما يؤدي إلى أن تكون قيم معاملات الارتباط والتباين غير دقيقة مما يؤدي إلى تفسيرات خاطئة ونتائج غير دقيقة في تحليل البيانات وعلى ضوء ذلك يتم استخدام دالة الفاريوكرام والمعرفة بالقانون :

انظر (Cressie 1993) و(الحاصود ، 2004) .

$$2\gamma(h) = \frac{1}{n(h)} \sum_{i=1}^{n(h)} \left(Y(x_i) - Y(x_i + h)\right)^2 \qquad \ldots(1)$$

حيث :

h : تمثل الإزاحة بين المشاهدات $Y(x_i+h), Y(x_i)$.

$n(h)$: تمثل أزواج المشاهدات .

كريگنك الاعتيادي : (Ordinary Kriging)

تأمل الفرضيات الأساسية (الحقيقية) للمعادلة :

$$E(Y_{x+h}-Y_x)=0 \qquad \ldots(2)$$

والمعادلة :

$$Var(Y_{x+h}-Y_x)=2\ \gamma(h)$$

حيث : $x, x+h \in D$

تعطي هذه أسلوب كريگنك بصيغته العامة وهي طريقة بسيطة لأقل تبـاين تنبـؤي لمعدل الدوال $\{Y_x, x \in D\}$ الخطية بالمشاهدات

$$\{Y_{x_k}\ ,\ k=1,2,\ldots,n\}$$

مع مرحلية غير معروفة .

وأوجد (Matheron, 1971) صيغة كريگنك الاعتيادي التـي تمثـل "الاسـتكمال" لأسلوب التنبؤ الخطي .

فإذا كان B يعطي الحجم في المنطقة D فان :

$$Y_B=\int_B Y_x\,dx \Big/ |B| \qquad \ldots(3)$$

وهي معدل قيم Y على B .

وقيم البيانات $\{Y_x\}$ تستخدم خطياً لتعطي مقدر كريگنك الاعتيادي (المخمن) لـ Y_B ويعرف :

$$\hat{Y}_B=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i\,Y_{x_k} \qquad \ldots(4)$$

حيث : $\{\lambda_i\ ,\ i=1,2,\ldots,n\}$ هي الأوزان $\{Y_{x_k}\quad k=1,2,\ldots,n\}$ و $\hat{Y}_B$ مقدر غير متحيز (unbiased) وحيث أن $\sum\lambda_i=1$ والمقدر $\hat{Y}_B$ هو اقل تباين لكل مقدر خطي غير متحيز لذلك :

$$\sigma_E^2=E\left\{\left(Y_B-\sum\lambda_i\,Y_{x_k}\right)^2\right\} \qquad \ldots(5)$$

وحيث أن $\sum\lambda_i=1$

$\therefore$ المعادلة (5) تصبح

$$\sigma_E^2 = 2\sum_{i=1}^{n} \lambda_i \, \bar{\gamma}(x_k, B) - \bar{\gamma}(B,B) - \sum_i \sum_j \lambda_i \lambda_j \gamma(x_k - x_j)$$

حيث $\gamma(x_k - x_j)$ تعطى بالمعادلة (2)

$$\bar{\gamma}(B,B) = \int_B \int_B \gamma(u-v)\, du\, dv \big/ |B|^2$$

$$\bar{\gamma}(x_k, B) = \int_B \gamma(x-v)\, dv \big/ |B|$$

انظر(Lai,2004)

وبتفاضل المعادلة بالنسبة لـ $\{\lambda_i\}$ ، (مع مضاعف لاكرانج μ بـشرط $\sum \lambda_i = 1$) تـم الحصول على النظام الخطي:

$$\Gamma(x \times x)\lambda = \gamma(x, B) \qquad \ldots(6)$$

حيث :

$$\lambda = (\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \ldots \lambda_n \; \mu)'$$

$$\gamma(x,B) = (\bar{\gamma}(x_1,B)\bar{\gamma}(x_2,B)\ldots\bar{\gamma}(x_n,B))'$$

$$\Gamma(x \times x)_{ij} = \begin{cases} \gamma(x_i - x_j) & i = 1,\ldots,n \quad j = 1,\ldots,n \\ 1 & i = n+1 \quad j = 1,\ldots,n \\ 0 & i = n+1 \quad j = n+1 \end{cases}$$

و$\Gamma(x \times x)$ مصفوفة متناظرة ذات بعد $(n+1)(n+1)$

وهكذا

$$\lambda = \Gamma^{-1}\gamma \qquad \ldots(7)$$

وهذه تعطي الامثلية لمعادلة (4) وأقل قيم للتباين σ_E^2 يسمى كريگنك وهي :

$$\sigma_k^2 = \sum \lambda_i \gamma(x_i, B) + \mu - \bar{\gamma}(B,B) \qquad \ldots(8)$$

والمعـادلات (4) ,(7) ,(8) تعطـي مقـدر كريگنـك وتبـاين تنبـؤي Y_B . اذاً $\{Y_x \;,\; x \in D\}$ يمكن كتابتها

$$Y_x = X_x + U_x$$

حيث أن: U_x عمليات مستقلة لـ ij انظر(Lai, 2004) .

تحليل البيانات : (Analysis of Data)

البيانات التي اعتمدت في هذا البحث هي بيانات حقيقية لمعدني خـام : الأول معـدن الكروم (cr) والثاني معدن النحاس (cu) وأخذت البيانات مـن تقريـر لـسجلات التحليـل الكيميائي الخاصة بأعمال الاستكشاف الجيوكيمائي في جنوب غرب العراق وتحتوي البيانـات على (60) مشاهدة لمجموعتين من البيانات المختلفة حيث المجموعة الأولى لمعدن الكروم هي بيانات تقع في شبكة منتظمة أما المجموعة الثانية لمعدن النحاس فهي بيانات تقع فـي شـبكة غير منتظمة وبواسطة هذه البيانات تم حساب دالة الفاريوكرام حسب الصيغة (1) للاتجاهات الأربعة المهمة للبوصلة وهذه الاتجاهات هي شمال – جنوب ، شمال شرق – جنوب غرب ، شرق – غرب ، شمال غرب ، جنوب شرق ولمزيد من التفاصيل في كيفية الحـصول علـى رسم الفاريوكرام للاتجاهات الأربعة بإزاحات مختلفة انظر (الحاصود ، 1999) .

نوضح نتائج دالة الفـاريوكرام فـي الجـدولين (1) ,(2) الاتيـين لبيانـات معـدن الكروم (cr) والتي تقع في شبكة منتظمة ولجميع الاتجاهات .

جدول (1)

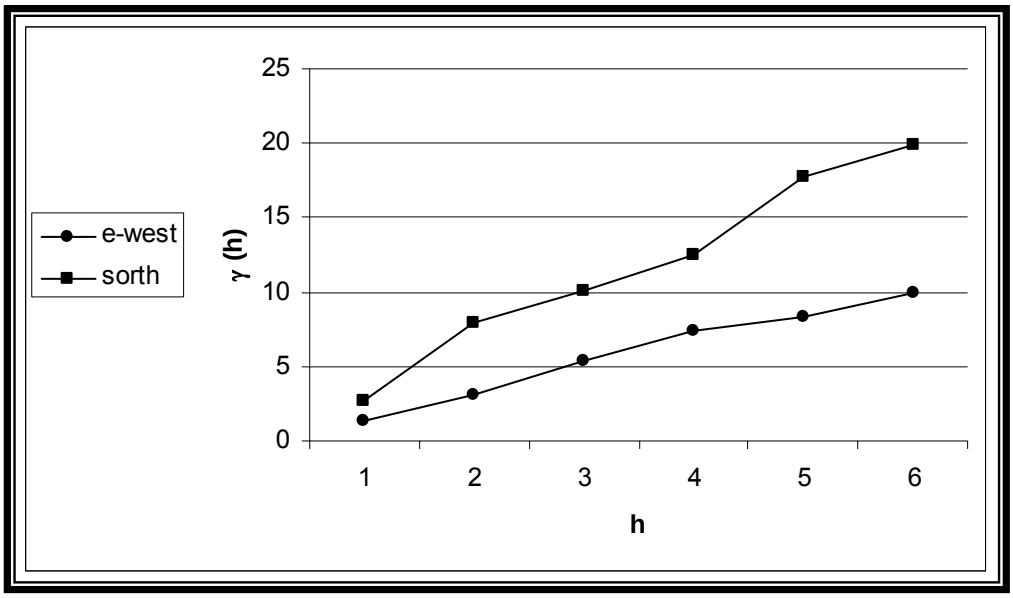
نتائج دالة الفاريوكرام لزاويتين $\theta = 90^\circ$, $\theta = 0^\circ$

direction	h	$\gamma(h)$	direction	h	$\gamma(h)$
East – West	1	1.38	North – South	1	2.63
	2	3.13		2	7.88
	3	5.35		3	10.05
	4	7.33		4	12.44
	5	8.29		5	17.75
	6	9.94		6	19.88

جدول (2)

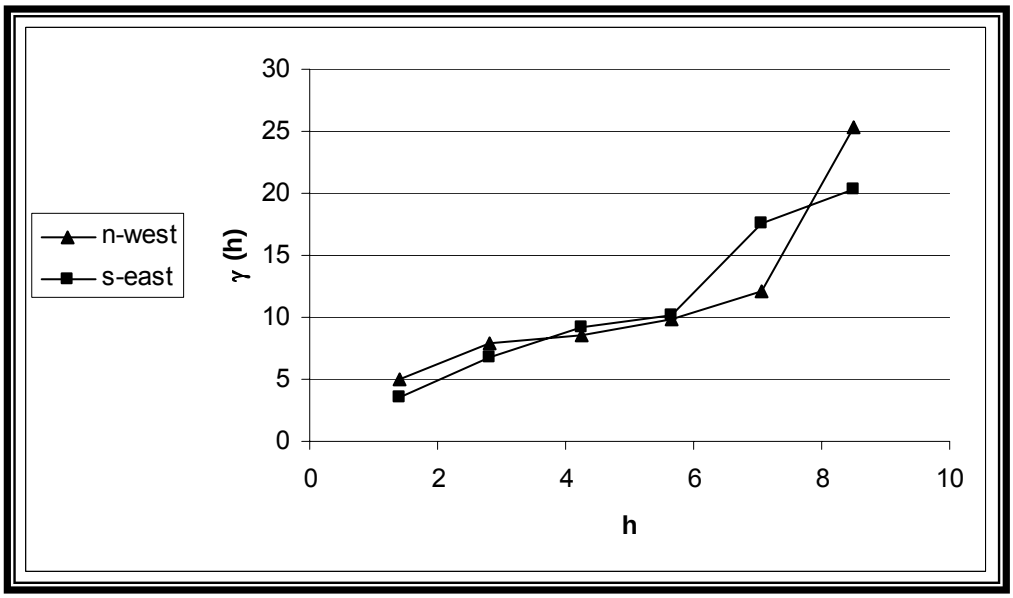
نتائج دالة الفاريوكرام لزاويتين $\theta = 135^\circ$, $\theta = 45^\circ$

direction	h	$\gamma(h)$	Direction	h	$\gamma(h)$
North – West	1.414	5.03	South –East	1.414	3.6
	2.828	7.97		2.828	6.74
	4.243	8.56		4.243	9.14
	5.657	9.9		5.657	10.22
	7.071	12.15		7.071	17.55
	8.485	25.35		8.485	20.34



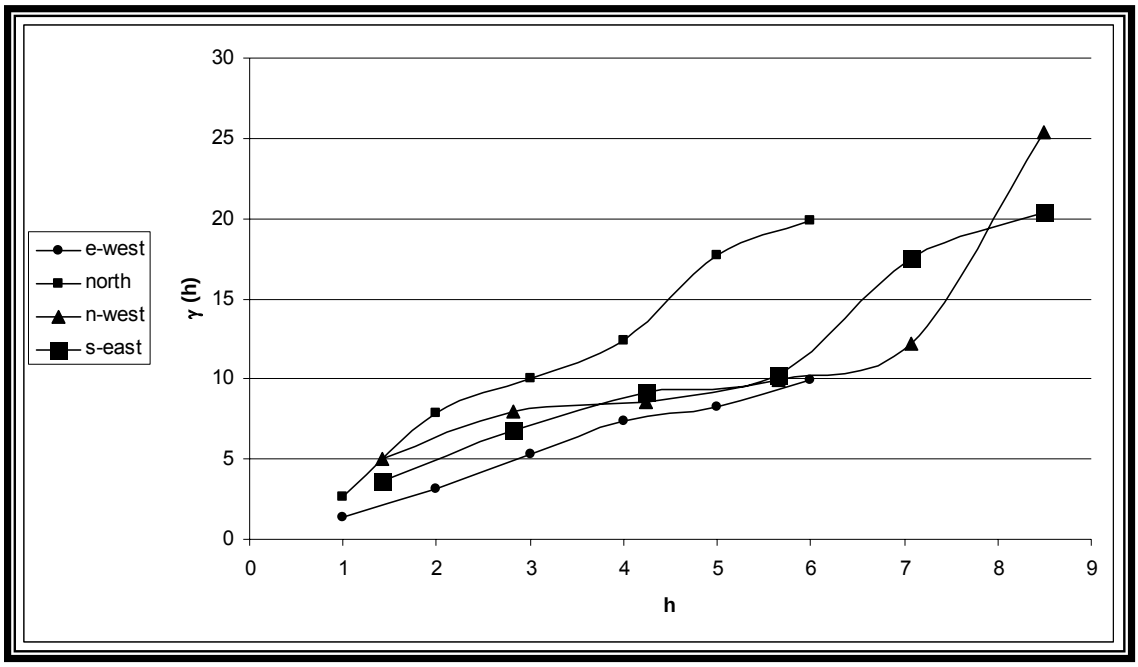
شكل (1)

منحني دالة الفاريوكرام باتجاهين $\theta = 0^\circ , \theta = 90^\circ$



شكل (2)

منحني دالة الفاريوكرام باتجاهين $\theta = 45^\circ , \theta = 135^\circ$



شكل (3)

منحنيات دالة الڤاريوكرام في أربعة اتجاهات

ومن الأشكال البيانية (3,2,1) نلاحظ المخططات الأربعة وفي جميع الاتجاهات تسلك ذات السلوك للأخر . وتكـون مـن $h=1$ وحتـى $h=6$ او مـن $h=1.414$ وحتـى $h=8.485$ للاتجاهين الآخرين وتكون قريبة بعضها من بعض . وبهذا التقـارب نـستنتج وجودا لظاهرة توحيد الخواص Isotropy أي أن دالة الڤاريوكرام لا تعتمد على الاتجاه وإنما تعتمد على الإزاحة فقط . حيث $\gamma(h)=\gamma|h|$ وهذه الخاصية تـربط علاقـة مهمـة هـي $\gamma(h)=C(0)-C(h)$ حيث $C(0)$ التباين ، $C(h)$ التغاير .

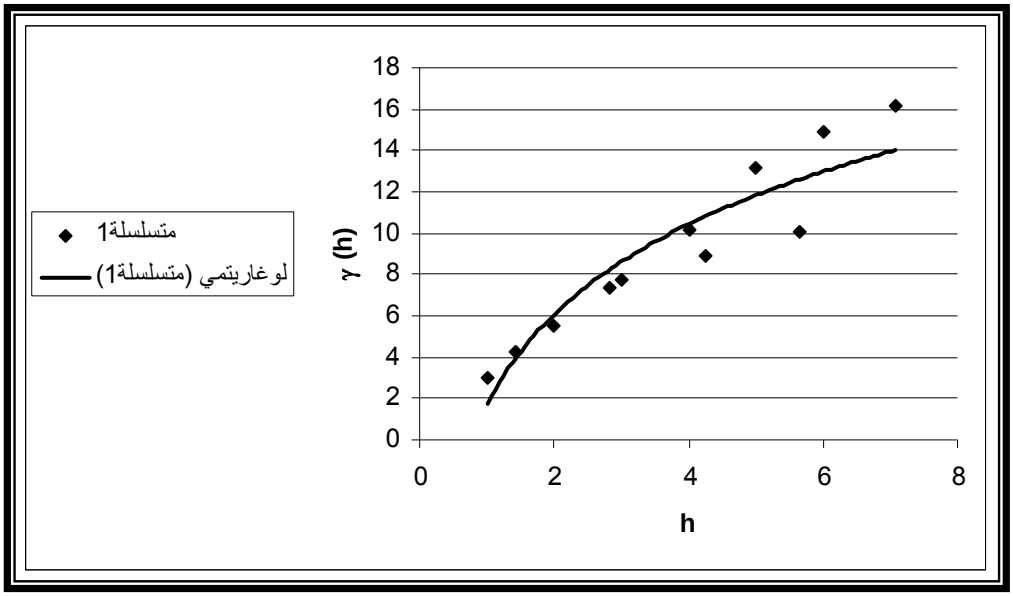
وبأخذ متوسط دالة الڤاريوكرام لنتائج معدن الكروم كما في نتائج الجدول (3) الاتي :

جدول (3)

نتائج متوسط دالة الڤاريوكرام لمعدن الكروم (*cr*)

h	1	1.414	2	2.828	3	4	4.243	5	5.657	6	7.07
$\gamma(h)$	3.005	4.305	5.5	7.355	7.699	10.16	8.86	13.18	10.06	14.905	16.125

والشكل البياني الاتي يوضح منحني متوسط دالة الڤاريوكرام الذي تم الحصول عليـه بإمرار أفضل منحني بين النقاط .



شكل (4)

منحني متوسط دالة الفاريوكرام

تبين أن المنحني يقطع المحور العمودي $\gamma(h)$ عند $c_0 = 2.7$ ويزداد المنحني بالارتفاع حتى يستقر عند $h = 6$ ثم يرتفع قليلاً ثم ينزل قليلاً مما يدل على ان التباين $\sigma^2 = 10.06$ حيث :

$$\sigma^2 = c_0 + c$$
$$c = 10.06 - 2.7$$
$$\therefore c = 7.36$$

وحيث أن c_0 لها قيمة ولا تساوي صفراً وتسمى في مجال الإحصاء المكاني (Nugget effict) وهي تمثل الأخطاء العشوائية في وحدات القياس . وفي حالة $h > a$ فان $\gamma(h) = \sigma^2$, $\sigma^2 = c_0 + c$ تسمى (Sill) وهو التباين بين المشاهدات .

ومن الشكل تبين أن هناك تشابها كبيرا بينه وبين منحني التغاير الكروي وبمعرفة المدى a و c_0 , c (معلمات النموذج الكروي) نطبق النموذج الكروي والذي معادلته :

$$\gamma(h) = \begin{cases} c_0 + c\left[\frac{3}{2}\left(\frac{h}{a}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{h}{a}\right)^3\right] & h < a \\ c_0 + c & h > a \end{cases}$$

انظر(الحاصود 1999)

واستطعنا أيجاد $\hat{Y}(0)$ بالعلاقة $\hat{Y}(0)=\sum \lambda_i Y(x_i)$ ثم وجدنا تباين كريگنك (σ_E^2) الذي يعطي فكرة عن الخطأ المتضمن في التقدير ونرفق هنا جدول رقم (4) الاتي يوضح نتائج النموذج الكروي لبيانات شبكة منتظمة لمعدن الكروم (cr) .

جدول (4)

نتائج تنبؤ معدن الكروم في مواقع غير مقاسة

λ_i	$Y_{(1)}$	$Y_{(2)}$	$Y_{(3)}$	$Y_{(x)}$
λ_1	-0.0263	-0.0113	-0.0178	8.58
λ_2	-0.0895	-0.0405	-0.0554	12.77
λ_3	0.3175	0.2199	0.2773	14.13
λ_4	0.4222	0.2655	0.3122	16.72
λ_5	0.4112	0.3346	0.4623	10.99
$\hat{Y}_{(x)}$	11.55	12.12	11.87	
σ_E^2	0.207	0.655	0.429	

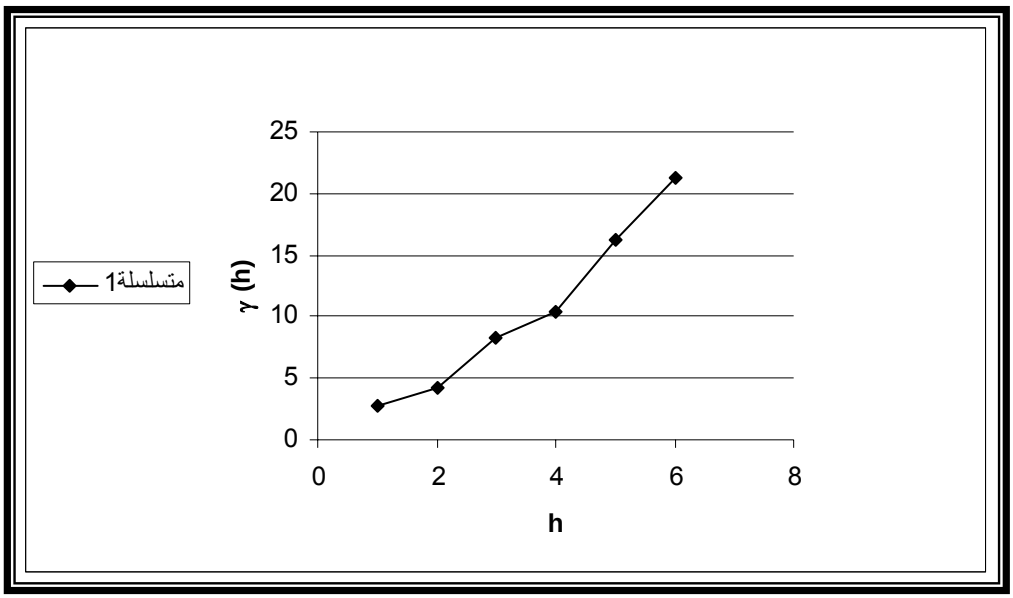
إن قيم التباين كريگنك في النقاط المراد التنبؤ عنها صغيرة جداً مما يدل على أن الخطأ في التنبؤ قليل والتنبؤ كان قريباً من قيم البيانات الحقيقية .

أما المعدن الثاني معدن النحاس (cu) والذي تقع بياناته في شبكة غير منتظمة وباستخدام دالة الڤاريوكرام عند $\theta=0^\circ$ ، $\theta=45^\circ$ للإزاحات h كما موضح النتائج في جدول (5) الاتي :

جدول (5)

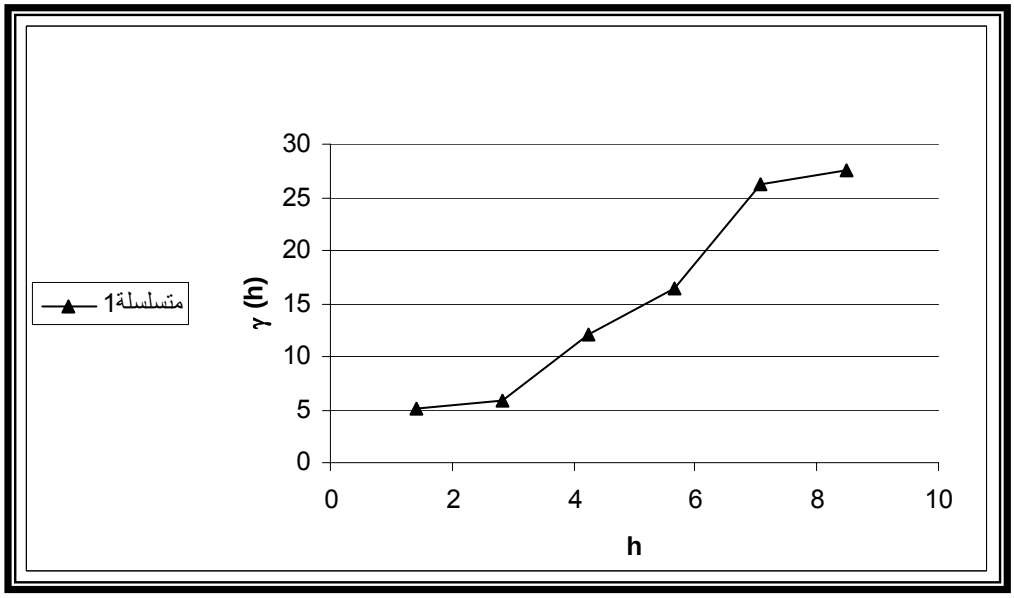
نتائج دالة الڤاريوكرام لمعدن النحاس cu باتجاهين

$\theta=0^\circ$		$\theta=45^\circ$	
h	$\gamma(h)$	h	$\gamma(h)$
1	2.752	1.414	5.359
2	4.152	2.828	5.799
3	8.255	4.243	12.115
4	10.334	5.657	16.367
5	16.257	7.071	26.205
6	21.225	8.485	27.543



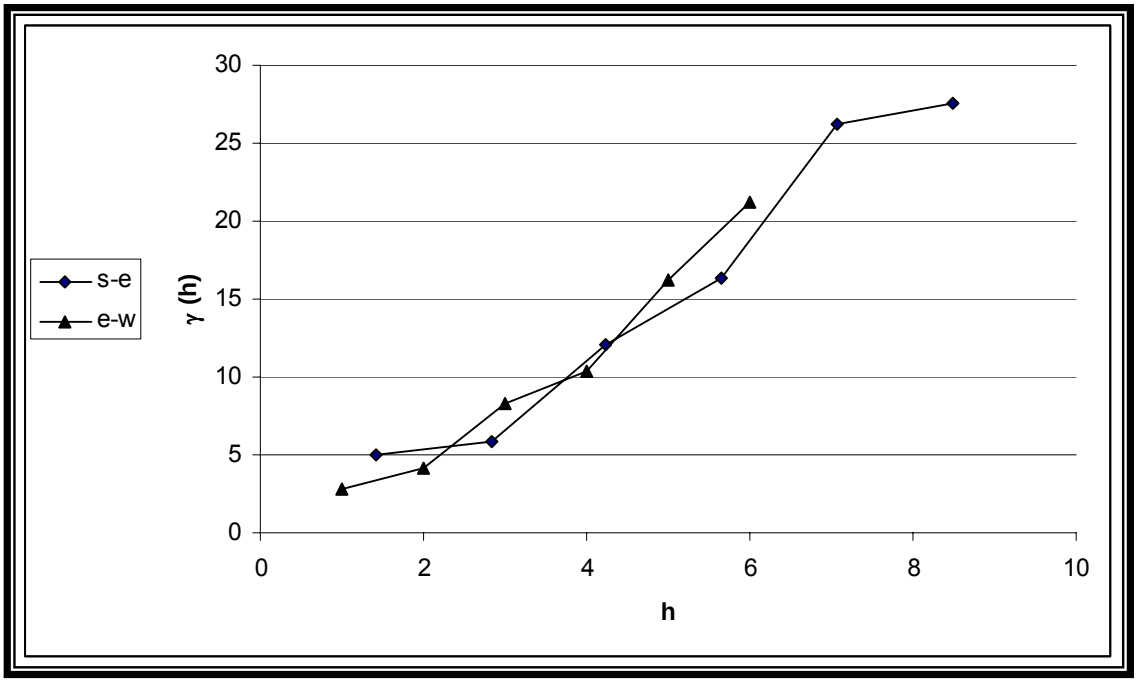
شكل (5)

نتائج دالة الفاريوكرام لمعدن النحاس (*cu*) $\theta = 0^{\circ}$



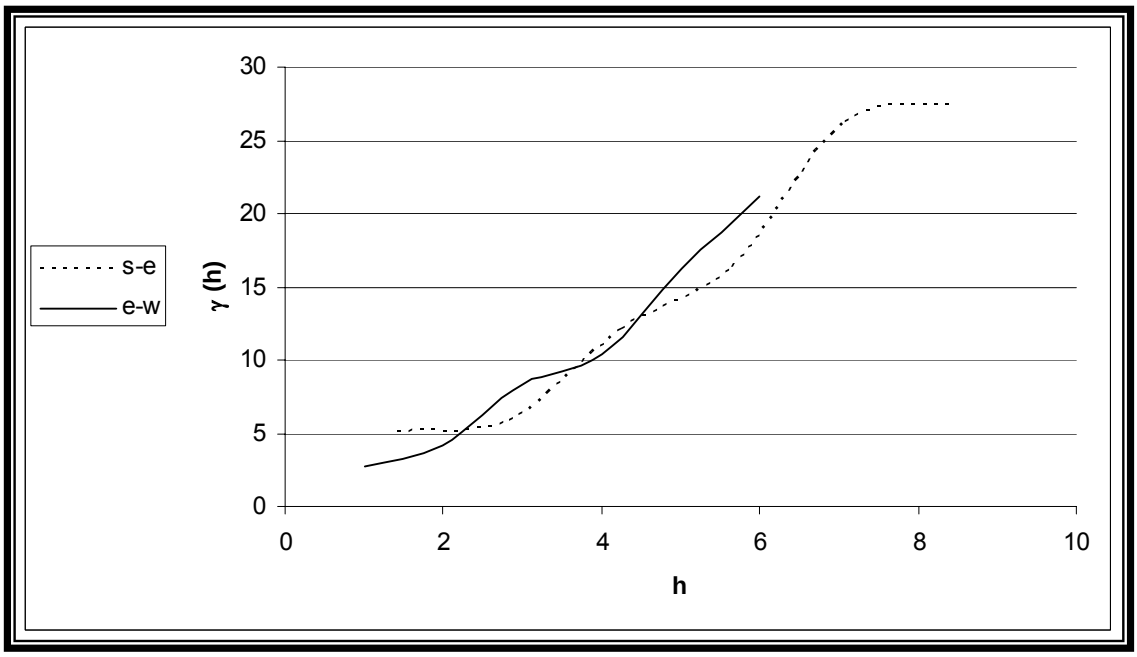
شكل (6)

نتائج دالة الفاريوكرام لمعدن النحاس (*cu*) $\theta = 45^{\circ}$



شكل (7)

نتائج دالة لمعدن النحاس بالاتجاهين



شكل (8)

منحني دالة $\gamma(h)$ بالاتجاهين

ومن الأشكال البيانية السابقة شكل (8, 7, 6, 5) لمعدن النحاس والتي تـم الحـصول على نتائج دالة الفاريوكرام بحساب مصفوفة المسافات التي عناصرها تكون من المسافات التي تفصل بين أزواج المشاهدات جميعاً $Y(x_i)$, $Y(x_i+h)$ ثم تم تجميع هذه المـسافات فـي فئـات مـسافة محـددة قـدر الإمكـان ثـم حـساب مركـز كـل فئـة ليمثـل المـسافة التقريبية h (محمود ، أسماء غانم ، 2006) وملاحظة الأشكال البيانية يتضح انه كلما زادت الإزاحة h زادت قيمة الدالة $\gamma(h)$ وهذا التزايد مستمر أي انه ليس هناك تباين محدد .

فعندما h تقترب من (∞) فانه ليس هناك استقرار في الدالة $\gamma(h)$ والمنحني مستمر بالصعود كما أن المنحني يكون غير معرف عندما $h=0$ بالتحديد .

وبهذه الخواص وسلوك الأشكال البيانية نلاحظ أن المنحني وفق لنموذج يسمى نموذج ديفزين (De wijsian-model) والذي يعرف بالصيغة :

$$\gamma(h)=3\alpha\log h+b \qquad h>0 \qquad \ldots(9)$$

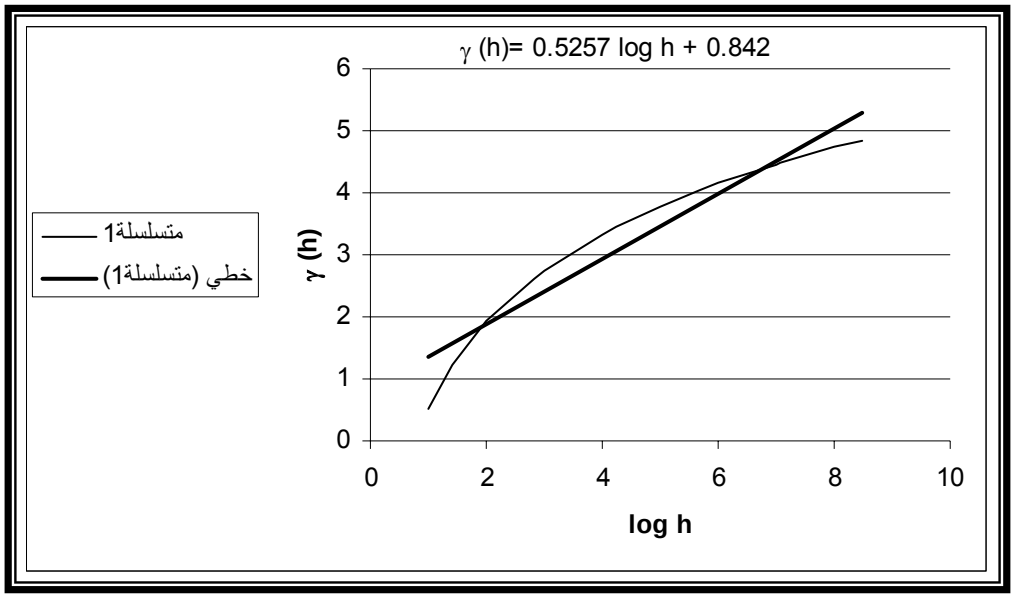
انظر(Lai, 2004)

والجدول (6) الأتي يوضح نتائج دالة الفاريوكرام لمعدن النحاس :

جدول (6)

نتائج $\gamma(h)$ لمعدن النحاس (cu)

h	1	1.414	2	2.828	3	4	4.243	5	5.657	6	7	7.071	8	8.485
$\gamma(h)$	0.53	1.23	1.93	2.629	2.749	3.33	3.449	3.78	4.03	4.148	4.46	4.48	4.729	4.848



شكل (9)

نتائج نموذج ديفزين لمعدن النحاس

ومن الشكل البياني (9) نقرأ دالة الفاريوكرام السابقة من حيث التزايد المستمر في قيمة الدالة $\gamma(h)$ وان الدالة $\gamma(h)$ غير معرفة عند $h=0$ وهذا ما يتفق به النموذج الرياضي مع النتائج والأشكال البيانية .

ويتضح أن $\sigma(0)=\gamma(a)=0.842$ وبتوفيق النموذج

$$\gamma(h)=3\alpha\log h+b \qquad , \qquad \frac{1}{2}<h<a$$

$$\gamma(h)=3\alpha\log a+b \qquad , \qquad h>a$$

نوفق البيانات بإيجاد أفضل خط توفيقي بين الدالتين $\gamma(h)$ و $\log h$ ورسم الميل (slope) . وبذلك تصبح المعادلة :

$$\gamma(h)=0.5257\log h+0.842$$

حيث : $b=0.842$ ، $3\alpha=0.5257$.

وقد تم التنبؤ عن معدن النحاس في مواقع عشوائية بمعرفة α , b فكانت $\gamma(h)\cong 2.443$ عند $\frac{1}{2}<h<a$ وهذا قريب جداً من القيم الحقيقية التي ظهرت في النتائج

وكذلك أخذت قيمة $h>a$ فكانت $\gamma(h)\cong 5.982$ وهو قريب من قيم الدالة وهذا يدل على استمرارية الدالة في الصعود كلما ازدادت الإزاحة h .

الاستنتاجات :

من خلال النتائج التي تم التوصل إليها تبين أن هناك تطابقا كبيرا وواضحا بين نتائج دالة الفاريوكرام لبيانات معدن الكروم (cr) التي تقع في شبكة بيانات منتظمة وان هذه الدالة تسلك سلوكاً متشابهاً وفي اتجاهات مختلفة .وبمقارنة الرسومات البيانية مع النموذج المقترح يكون هناك تشابه وتطابق يشابه إلى حد كبير منحني النموذج الكروي ويرافق هذا التشابه النتائج الدقيقة والأخطاء الصغيرة عند مقارنتها ، فنلاحظ أن $\left(\sigma_E^2\right)$ صغير جداً والذي يعطي فكرة عن الخطأ المتضمن في التقدير .

أما بالنسبة للمعدن الثاني معدن النحاس (cu) والذي تقع بياناته في شبكة بيانات غير منتظمة ومن ملاحظة الرسومات البيانية والنتائج لدالة $\gamma(h)$ أن هناك تشابها كبيرا مع نموذج ديفزين (De wijsian-model) وتم التوفيق بإمرار أفضل خط توفيقي كما موضح وموثق بالرسومات البيانية والجداول ، ويتبين جلياً أن هناك اختلافا كبيرا بين نموذج بيانات معدن الكروم ونموذج بيانات معدن النحاس وهذا يدل على أن طبيعة البيانات للمعدن الأول (الكروم) تختلف عن طبيعة بيانات المعدن الثاني (النحاس) ، واختلاف الصيغة لكل نموذج تنبؤي حيث أن التباين للمعدن الأول الكروم محدد بينما التباين لمعدن النحاس غير محدد .

المصادر : References

1. تقرير من سجلات التحليل الكيميائي الخاصة باعمال الاستكشاف الجيوكيميـائي – جنـوب غرب العراق ، (1990) .
2. الحاصود ، غانم محمود ظاهر (1999) ، "التنبؤ عن العملية العشوائية المكانيـة" رسـالة ماجستير غير منشورة . جامعة الموصل – كلية التربية .
3. قاسم ، محمد نذير اسماعيل ؛ الحاصـود ، غـانم محمـود ظـاهر (2004) ، "اسـتكمال في الاحصاء المكاني للبيانات ذات الالتواء الموجب" المجلة العراقية للعلوم الاحصائية ، العدد (6) ، P(89-78) .
4. محمود ، اسماء غانم (2006) ، "اسلوب بيز في التنبؤ عن العملية العشوائية المكانية مـع تطبيق على المياه الجوفية في قضاء سنجار" رسالة دكتوراه غير منشورة ، جامعة الموصل – كلية علوم الحاسبات والرياضيات .
5. Chiles, J.P. and Delfiner, D. (1999): "Geostatistics modeling spatial uncertainty" J. Wiley.
6. Cressie, N.A.C. (1993): "Statistics for spatial data" J. Wiley. London.
7. Lai, D. (2004): "Geostatistical analysis of Chinese cancer mortality variogram, Kriging and Beyond" Journal of Data Science (2).