المجلة العراقية للعلوم الاحصائية (20) 2011
عدد خاص بوقائع المؤتمر العلمي الرابع كلية علوم الحاسوب والرياضيات
ص ص [287– 296]

حول التوزيع الاحتمالي لعامل الحرف العشوائي بتوفر معلومات مسبقة عشوائية

د. هيفاء عبد الجواد سعيد *   أحمد نزيه عبد ا الخطيب**

المستخلص:

تم في هذا البحث إيجاد التوزيع الاحتمالي لمقدر عامل الحرف العشوائي $\hat{k}$ في انحدار الحرف الذي تم تحسينه بإضافة معلومات مسبقة إلى معلومات العينة، تمثلت تلك المعلومات بمعلومات عن معلمات نموذج الانحدار الخطي المتعدد بهيئة نموذج خطي مختلط يدمج بين المعلومات الثابتة والعشوائية.

Around the Probability Distribution of The Estimated Random Ridge Factor with Stochastic Prior Information

Dr. Hayfa Abdul Jawad Saieed   Ahmad Nazih Abdullah Al-khateb

Summary

In this paper, The probability distribution of the estimated stochastic ridge factor has been found, which has been developed by adding prior information to the sample information. These information has been represented by the information about the parameters of multiple linear regression model which are in the form of mixed linear model which contains the fixed and stochastic information.

(1) المقدمة:

تُعد طريقة انحدار الحرف إحدى الطرائق المتحيزة في تقدير معلمات الانحدار وقد تم تطوير هذه الطريقة بإضافة معلومات مسبقة إليها، إذ تطورت هذه المعلومات من معلومات ثابتة بهيئة قيود خطية أو متجهات غير عشوائية إلى قيود عشوائية ثم قيود مختلطة تجمع بين القيود الثابتة والعشوائية، ويساعد استخدام المعلومات المسبقة في تحليل الانحدار على تحسين

* استاذ مساعد/كلية علوم الحاسوب والرياضيات/جامعة الموصل
** مدرس مساعد/كلية علوم الحاسوب والرياضيات/جامعة الموصل

تاريخ التسلم :2011/10/1 ———— تاريخ القبول : 21 /12 /2011

مقدرات معلمات الانحدار، وتبقى مشكلة واحدة في انحدار الحرف وهي كيفية اختيـار الحـد الثابت الذي يدعى بعامل الحرف (Ridge Factor)، ويتم اختياره على وفق مبدأ يستند الـى جعل القيمة المتوقعة لدالة الخسارة التربيعية (Quadratic Loss Function) أقل ما يمكـن، وهذا المبدأ لا يتغير سواء كانت المعلومات متمثلة بمعلومات العينة أو المعلومـات المـسبقة الثابتة أو العشوائية أو المختلطة عن معلمات الانحدار.

تم تطوير مقدر عامل الحرف بإضافة معلومات مسبقة إليه والتي بدأت على يد العالم Swindel(1976) الذي اثبت أن استخدام المعلومات المسبقة في تحليل الانحدار يزيد كفـاءة تقدير معلمات الانحدار, ولكي تكون المقدرات جيدة يستوجب الأمـر اسـتخدام المعلومـات المسبقة الصحيحة في عملية التقدير, وتلك المعلومات تحسن نوعية المقدرات التـي نحـصل عليها، وبصورة عامة يتُم تقدير معلمات الانحدار باستخدام معلومات العينة, مع ذلك فإنه فـي العديد من التجارب العملية, يستخدم الباحث بعض المعلومات المسبقة لتقدير المعلمـات، وان الهدف من إضافة المعلومات المسبقة هو تصغير مقدار التحيز الناتج مـن طريقـة انحـدار الحرف الاعتيادي, والمعلومات المسبقة يمكن أن تتوفر بأشكال مختلفة من مصادر مختلفة مثل نظرية اقتصادية أو تجارب الماضي أو الخبرة الشخصية. إن توفر المعلومات المسبقة يمكـن التعبير عنه في بعض الأحيان بشكل ثابت أو عشوائي أو قيود متباينة, ولكل شكل مـن هـذه المعلومات خصائصه، ودرجة دقته, والحصول على أفضل قيمة لعامل الحرف الـذي بـدوره يؤدي إلى الحصول على أفضل تقديرات لمعلمات الانحدار في نمـوذج الانحـدار (الخطيـب (2010)).

فقد اقترح (1995) .Crouse etal إضافة معلومات مسبقة عـن معلمـات نمـوذج الانحدار على شكل متجه ثابت إلى نموذج انحدار الحرف الاعتيادي، وقد تم تقـدير عامـل الحرف (k) الخاص بنموذج Hoerl and Kennard(1970) , وكانت المعلومات المـسبقة التي استخدماها بأشكال مختلفة تتضمن دالة وصفية أو معلومات عينة مـسبقة أو معلومـات تجريبية.

واستنتج Firingwtti and Rubio (2002) التوزيع الاحتمـالي لعامـل الحـرف العشوائي المتقلص لثلاث مقدرات معروفة لانحدار الحرف تعتمد على معلومات العينة فقـط، وهي مقدر عامل الحرف الخاص بكل من Hoerl and Kennard (1970) $\hat{K}_{HK}$، ومقـدر عامل الحرف Hoerl etal. (1975).

واستنتج كل من سعيد والقصاب (2008) التوزيع الاحتمالي لعامل الحـرف ومتجـه المعلمات $\hat{\underline{\beta}}$ المقدر بطريقة Hoerl and Kennrd (1970) وبتوافر معلومات العينة فقـط،

وقد سهل كتابة المعلمة المقدرة على شكل المقدر المتقاص في عملية استنتاج تلك التوزيعات الاحتمالية.

تركز اهتمامنا في هذا البحث على ايجاد التوزيع الاحتمالي لعامل الحرف العشوائي بتوافر معلومات مسبقة مختلطة حول معلمات الانحدار، لذلك تناول المبحث الثاني وصفاً لانموذج الانحدار، وتضمن المبحث الثالث وصفا لنموذج المعلومات المسبقة المختلطة مع المقدر الامثل لعامل الحرف واشتمل المبحث الرابع بالبحث عن التوزيع الاحتمالي والدالة التجميعية لعامل الحرف المقدر.

(2) وصف النموذج ومقدرات معلماته:

نعلم أن نموذج الانحدار الخطي العام يأخذ الشكل الاتي:

$$\underline{Y} = X\underline{\beta} + \underline{\varepsilon} \qquad ...(1)$$

حيث أن:

$\underline{Y}$ متجه عشوائي ذو سعة (n) يمثل متجه مشاهدات متغير الاستجابة (Response variable), وتُمثل n عدد المشاهدات.

X مصفوفة مشاهدات المتغيرات التوضيحية (Explanatory variables) ذات سعة $(n*p)$, ويمثل p عدد المتغيرات التوضيحية.

β متجه معلمات نموذج الانحدار ذو سعة (p).

ويمثل $\underline{\varepsilon}$ متجه الأخطاء العشوائية ذو سعة (n). إن متجه الأخطاء العشوائية يتبع التوزيع الطبيعي المتعدد بمتجه صفري ومصفوفة تباين $\sigma^2 I$, حيثُ أن σ^2 هو ثابت غير معلوم يمكن تقديره من بيانات العينة بإحدى طرائق التقدير, ويمكن التعبير عن توزيعه الاحتمالي وصفياً كما يأتي:

$$\underline{\varepsilon} \sim N_n(\underline{0}, \sigma^2 I) \qquad ...(2)$$

(3) نموذج المعلومات المسبقة المختلطة ومقدر عامل الحرف الأمثل والتوزيع الاحتمالي لكل من $\hat{\underline{\delta}}$ $\hat{\underline{\delta}}'$ و $\hat{\sigma}^2$:

في العديد من التطبيقات يصبح نموذج المعلومات المسبقة العشوائية غير ملائم، يعبر عن التحيز المنتظم الذي ينتج من عدم التأكد في تلك المعلومات، الذي يظهر من مصادر مختلفة تعود لأسباب متنوعة مثل الحكم الشخصي للباحث المشترك في التجربة أو في اختبار الفرضيات العامة في النموذج الخطي عندما تُرفض فرضية العدم أو في حالة القيم المفقودة

عند التعامل مع أُسلوب الانحدار, لهذا تم تطوير المعلومات المسبقة عن طريق دمج (معلومات مسبقة ثابتة مع معلومات مسبقة عشوائية)، ويأخذ هذا النموذج الصورة الآتية:

$$\underline{r} = R\underline{\beta} + \underline{\delta} + \underline{v} \qquad ...(3)$$

حيث أن $\underline{r}$ متجه عشوائي ذو سعة (J), و R مصفوفة ذات عناصـر معلومـة ذات سـعة $(J*p)$, $\underline{\delta}$ متجه ثابت ذو سعة (J)، وهو متجه غير عشوائي و $\underline{v}$ هـو متجـه الأخطـاء العشوائية ذو سعة (J) ويتوزع توزيعاً طبيعياً بمتوسط صفري ومـصفوفة تبـاين وتبـاين مشترك $\sigma^2 I$, والذي يعبر عنه وصفياً كالآتي:

$$\underline{v} \sim N_J(\underline{0}, \sigma^2 I) \qquad ...(4)$$

بعد دمج المعلومات المسبقة المعبر عنها بالنموذج (3) مع نموذج الانحدار العام نحصل على دالة الهدف الآتية:

$$Q = (\underline{Y} - X\underline{\beta})'(\underline{Y} - X\underline{\beta}) + k(\underline{r} - R\underline{\beta})'(\underline{r} - R\underline{\beta}) \qquad ...(5)$$

وبعد الاشتقاق الجزئي بالنسبة إلى β ومساواة المشتقة بالصفر وحلها نحـصل علـى مقـدر معلمات الانحدار الآتي:

$$\hat{\underline{\beta}}_M = (X'X + kR'R)^{-1}(X'\underline{Y} + kR'\underline{r}) \qquad ...(6)$$

حيثُ أن $\hat{\underline{\beta}}_M$ يمثل مقدراً لمتجه معلمات الانحدار بوجود معلومـات مـسبقة مختلطـة، وان مصفوفة ثابت متوسط مربعات الخطـأ للمقـدر $\hat{\underline{\beta}}_M$ هـو (Heumman and Shalabh, (2007)):

$$SMSE(\hat{\underline{\beta}}_M) = \sigma^2 \sum_{j=1}^{p} \frac{\lambda_j}{(\lambda_j + k)^2} + k^2\sigma^2 \sum_{j=1}^{p} \frac{1}{(\lambda_j + k)^2} + k^2 \sum_{j=1}^{p} \frac{\underline{\delta}'\underline{\delta}}{(\lambda_j + k)^2} \qquad ...(7)$$

ولغرض الحصول على القيمة المثلى لعامل الحرف k الذي يجعل ثابـت متوسـط مربعـات الخطأ أقل ما يمكن، يتم اشتقاق المعادلة (7) نسبة إلى k ومساواة المشتقة بالـصفر وحلهـا، نحصل على قيمة عامل الحرف المثلى وهي ((Heumman and Shalabh, (2007)):

$$k = \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + \underline{\delta}'\underline{\delta}} \qquad ...(8)$$

بالعودة إلى النموذج (3 بافتراض أن $R = I_p$ فإن النموذج (3) سيكون كما يأتي:

$$\underline{r} = \underline{\beta} + \underline{\delta} + \underline{v} \qquad ...(9)$$

إن المقدر لـ δ هو $\hat{\delta}$ ويوصف توزيعه بالاتي:

$$\hat{\underline{\delta}} \sim N_p(\underline{\delta}, \sigma^2 V) \qquad ...(10)$$

حيث أن:

$$V = I_p + (X'X)^{-1}$$

(4) التوزيع الاحتمالي والدالة التجميعية لعامل الحرف العشوائي:

يمكن التعويض عن σ^2 في المعادلة (8) بمقدر المربعات الصغرى لـ σ^2 وهو $\hat{\sigma}^2$ لذلك فان عامل الحرف الأمثل المعرف في (8) يصبح بالشكل الآتي:

$$\hat{k} = \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\sigma}^2 + \hat{\delta}'\hat{\delta}} \qquad ...(8-a)$$

وبذلك يصبح عامل الحرف $\hat{k}$ متغيراً عشوائياً.

تم فحص مكونات مقدر عامل الحرف العشوائي المعرف في المعادلة (8-a) ولوحظ وجود صعوبة كبيرة في إيجاد التوزيع الاحتمالي لهذا المقدر وتكمن الصعوبة في الحد $\underline{\hat{\delta}}'\underline{\hat{\delta}}$ الموجود في مقام المعادلة (8-a)، وبسبب صعوبة معرفة خصائص المقدر $\hat{k}$ المعرف في المعادلة (8-a) فقد تم استبدال هذا المقدر بمقدر آخر هو $\hat{k}^*$ والذي يأخذ الشكل الآتي(الخطيب (2010)):

$$\hat{k}^* = \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\sigma}^2 + \hat{\delta}'V^{-1}\hat{\delta}} \qquad ...(11)$$

علماً أن:

$$V = I_p + (X'X)^{-1}$$

إن الدالة المولدة لعزوم المتغير العشوائي $W_1 = \hat{\delta}'V^{-1}\hat{\delta}$ هي:

$$\mu_{W_1}(t) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{\underline{\tau}'\underline{\tau}}{2}\right)^r e^{\frac{-\underline{\tau}'\underline{\tau}}{2}}}{r!(1-2t)^{\frac{p}{2}}} \qquad ...(12)$$

علما ان $\tau = \frac{V^{-\left(\frac{1}{2}\right)}}{\sigma}\underline{\delta}$

ان المعادلة (12) تُمثل الدالة المولدة لعزوم توزيع مربع كاي اللامركزي (Non-central chi-square) بدرجة حرية p ومعلمة لامركزية $\underline{\tau}'\underline{\tau}$, وبذلك فإن دالة كثافة احتمال المتغير العشوائي W_1 تكون كما يأتي (الخطيب (2010)):

$$f(W_1) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{\underline{\tau}'\underline{\tau}}{2}\right)^r e^{\frac{-\underline{\tau}'\underline{\tau}}{2}}}{r!} \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{p}{2}+r}}{\Gamma\left(\frac{p}{2}+r\right)} W_1^{\frac{p}{2}+r-1} e^{-\frac{W_1}{2}} \qquad 0 < W_1 < \infty \qquad ...(13)$$

ويعبر عنه وصفياً كالآتي:

$$W_1 \sim \chi_p^2(\underline{\tau}'\underline{\tau}) \qquad ...(14)$$

من جهة أخرى نعلم أن $W_2 = \frac{(n-p)\hat{\sigma}^2}{\sigma^2}$ تتوزع توزيع مربع كاي المركزي بدرجة حرية مقدارها $n-p$، ودالة كثافة احتمال W_2 هي:

$$f(W_2) = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n-p}{2}}}{\Gamma\left(\frac{n-p}{2}\right)} W_2^{\frac{n-p}{2}-1} e^{-\frac{W_2}{2}} \qquad ... \quad (15)$$

ما دام أن $\hat{\delta}$ مستقلاً عن $\hat{\sigma}^2$ فان التوزيع الاحتمالي المشترك لكل من W_1 و W_2 فان يمكـن إيجاده على وفق المعادلة الآتية:

$$f(W_1, W_2) = f(W_1) * f(W_2) \qquad ... \quad (16)$$

وبالتعويض عن دالة كثافة احتمال W_1 و W_2 المعبر عنهما بالمعادلتين (13) و (15) علـى التوالي، نحصل على دالة كثافة الاحتمال المشتركة لكل من المتغيرين W_1 و W_2:

$$f(W_1, W_2) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{\underline{\tau}'\underline{\tau}}{2}\right)^r e^{-\frac{\underline{\tau}'\underline{\tau}}{2}}}{r!} \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{p}{2}+r}\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n-p}{2}}}{\Gamma\left(\frac{p}{2}+r\right)\Gamma\left(\frac{n-p}{2}\right)} W_1^{\frac{p}{2}+r-1} W_2^{\frac{n-p}{2}-1} e^{-\frac{1}{2}(W_1+W_2)} \qquad ...(18)$$

نعرف متغيراً عشوائياً آخر W_3 حيثُ أن:

$$W_3 = \frac{W_1/p}{W_2/(n-p)} \qquad ... \quad (19)$$

حيث أن W_3 معرفة ضمن الفضاء $0 < W_3 < \infty$.

نعرف متغيراً عشوائياً آخر W_4 بحيث أن:

$$W_4 = W_2$$

وباستخدام أسلوب التحويلات (Transformation Technique)، فان دالة كثافة الاحتمـال المشتركة للمتغيرين العشوائيين W_3 وW_4 تكون كالآتي:

$$f(W_3,W_4)=\sum_{r=0}^{\infty}\frac{\left(\frac{\tau'\tau}{2}\right)^r e^{-\frac{\tau'\tau}{2}}}{r!}\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n}{2}+r}}{\Gamma\left(\frac{p}{2}+r\right)\Gamma\left(\frac{n-p}{2}\right)}\left(\frac{p}{n-p}W_3W_4\right)$$

$$(W_4)^{\frac{(n-p)}{2}-1}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{p}{(n-p)}W_3W_4+W_4\right)}\frac{p}{(n-p)}W_4 \qquad \dots \quad (20)$$

أما دالة كثافة الاحتمال الهامشية للمتغير W_3 فتأخذ الصيغة الآتية:

$$f(W_3)=\sum_{r=0}^{\infty}\frac{\left(\frac{\tau'\tau}{2}\right)^r e^{-\frac{\tau'\tau}{2}}}{r!}\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n}{2}+r}}{\Gamma\left(\frac{p}{2}+r\right)\Gamma\left(\frac{n-p}{2}\right)}\left(\frac{p}{(n-p)}\right)^{\frac{p}{2}+r}\frac{W_3^{\frac{p}{2}+r-1}}{\left(1+\frac{p}{(n-p)}W_3\right)^{\frac{n}{2}+r}} \qquad \dots(21)$$

و أن W_3 معرف ضمن الفضاء $0<W_3<\infty$، وبهذا فان W_3 يتوزع توزيـع F اللامركـزي بدرجتي حرية p و $n-p$ ومعلمة لامركزية مقدارها $\frac{\tau'\tau}{2}$ والذي يعبر عنه وصفياً بالـشكل الآتي:

$$W_3 \sim F_{\left(p,(n-p),\left(\frac{\tau'\tau}{2}\right)\right)}$$

باستخدام أسلوب التحويلات وإجراء بعض العمليات الجبريـة علـى المعادلـة (21) نحصل على الشكل النهائي لدالة كثافة احتمال مقدر عامل الحرف $\hat{k}$ والمعبر عنه بالـصيغة الآتية (الخطيب(2010)):

$$f(\hat{k})=\sum_{r=0}^{\infty}\frac{\left(\frac{\tau'\tau}{2}\right)^r}{r!}e^{-\frac{\tau'\tau}{2}}\frac{\Gamma\left(\frac{n}{2}+r\right)}{\Gamma\left(\frac{p}{2}+r\right)\Gamma\left(\frac{n-p}{2}\right)}(n-p)^{\frac{n-p}{2}}\frac{(1-\hat{k})^{\frac{p}{2}+r-1}(\hat{k})^{\frac{n-p}{2}-1}}{(1+(n-p-1)\hat{k})^{\frac{n}{2}+r}} \qquad \dots(22)$$

حيثً أن $0<\hat{k}<1$، يعتبر التوزيع الاحتمالي الذي أخـذ المعادلـة (22) مـن التوزيعـات الاحتمالية غير الشائعة وبدرجتي حرية مقدارها p و $n-p$ وبمعلمة لامركزية $\frac{\tau'\tau}{2}$. وأثبت الخطيب (2010) أن إجمالي المساحة تحت المنحنى للدالة $f(\hat{k})$ مساو للواحد الصحيح الذي يدل على أن $f(\hat{k})$ هي دالة كثافة احتمال، وأستخرج أيضاً الخطيب (2010) الدالة التجميعية

لدالة كثافة احتمال $\hat{k}$ وكون جداول لقيم $\hat{k}$ التي تجعل المساحة تحت منحنى الدالة مساوية لـ α ولمزيد من التفاصيل أنظر الخطيب (2010).

تم إيجاد دالة الاحتمال التراكمي (الدالة التجميعية) لمقدر عامل الحرف $\hat{k}$ يرمز لها بالرمز $F(\hat{k})$، حيثُ أن الاحتمال التراكمي هو قيمة الاحتمال المتراكم لغاية قيمة معطاة من قيم المتغير العشوائي $\hat{k}$ ولتكن k_0 المعرف ضمن الفضاء $0<\hat{k}<1$، إذ أخذ الاحتمال التراكمي لمقدر عامل الحرف العشوائي الصيغة الآتية:

$$F(\hat{k})=\sum_{r=0}^{\infty}\frac{\left(\frac{\tau'\tau}{2}\right)^{r}}{r!}e^{-\frac{\tau'\tau}{2}}\frac{\Gamma\left(\frac{n}{2}+r\right)}{\Gamma\left(\frac{p}{2}+r\right)\Gamma\left(\frac{n-p}{2}\right)}\beta_{\hat{k}}\left(\frac{p}{2}+r,\frac{(n-p)}{2}\right) \quad ...(23)$$

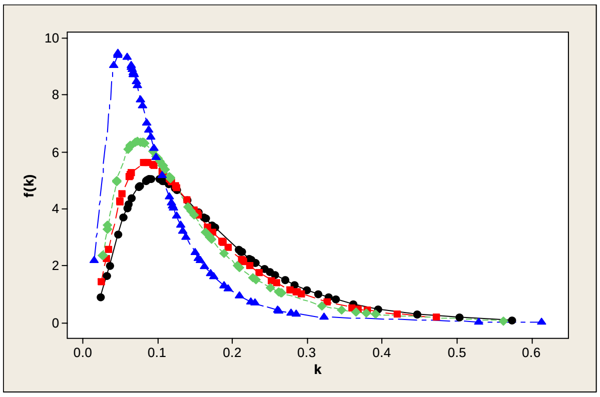
إن قيمة الاحتمال المتُراكم أعلاه المعرف في المعادلة (23) يعتمد على المعلمة اللامركزية $\frac{\tau'\tau}{2}$ وعدد المشاهدات n وعدد المتغيرات التوضيحية p ، وتم ايجاد القيم الجدولية لعامل الحرف $\hat{k}$ عند مستوى احتمال α باستخدام البرمجية الجاهزة Matlab وكذلك برنامج الـ Maple13، فمثلا في حالة كون $n=10$ ، $p=2,3,...,8$ و $\lambda=\frac{\tau'\tau}{2}=0.1$ عندما يكون الاحتمال المتراكم يأخذ القيم 0.1، 0.5، 0.01 و0.05 وكالاتي:

الجدول (1)
القيم الجدولية لعامل الحرف

n \ P	λ	2	3	4	5	6	7	8
10	0.01	0.97824207	0.90367457	0.78339178	0.70176417	0.59593952	0.5711960	0.5132754
	0.05	0.89759645	0.75105390	0.59447566	0.52275957	0.42228863	0.4126619	0.3522015
	0.1	0.80912984	0.64156387	0.48818643	0.20923747	0.33900126	0.3366419	0.2751513
	0.5	0.37460858	0.28067346	0.20170800	0.18996894	0.13187138	0.1457315	0.0844936

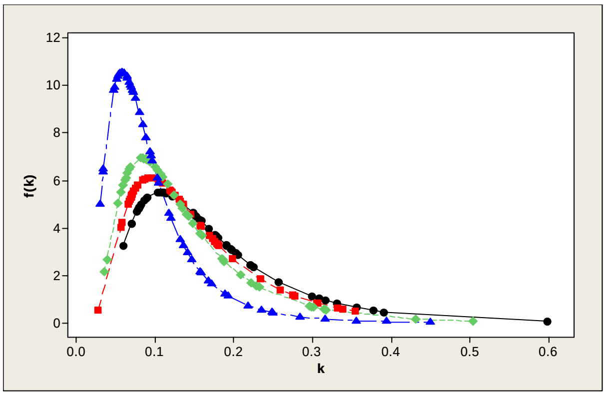
يلاحظ من الجدول اعلاه ان القيمة الجدولية لعامل الحرف تقل قيمتها كلما ازداد عدد المتغيرات التوضيحية، ولمزيد من التفاصيل حول القيم الجدولية لمقدر عامل الحرف (انظر الخطيب (2010))، وقد تم أيضا رسم دالة كثافة الاحتمال باستخدام البرمجية الجاهزة Minitab14.0 وذلك بعد توليد مشاهدات تجريبية من التوزيع الاحتمالي لـ $\hat{k}$ ، وما دام أن التوزيع الاحتمالي لـ $\hat{k}$ يعتمد على المعلمة اللامركزية λ ،درجة حرية البسط p ودرجة حرية المقام $n-p$ ، وعلى هذا الأساس فقد تم تحديد قيم مختلفة لـ p التي تمثل عدد المتغيرات التوضيحية في نموذج الانحدار وقيم لـ n و λ ، فمثلا في حالة كون $m=50$ (حيث أن m تمثل حجم العينة) و $n=15,25$ و $p=6$ ، فان منحنى الدالة $f(\hat{k})$ يأخذ الشكل الآتي:

الشكل (1)



منحنى دالة كثافة احتمال $f(\hat{k})$ عندما $p=6$ ، $n=15$ و $m=50$

الشكل (2)



منحنى دالة كثافة احتمال $f(\hat{k})$ عندما $p=6$ ، $n=25$ و $m=50$

إذ ان كلاً من الشكلين (1) و (2) يمثل دالة كثافة احتمال $\hat{k}$، وأن —●— تمثل قيمة المعلمة اللامركزي عندما $\lambda=0.1$ و —■— عندما $\lambda=0.5$ و - -◆- - عندما $\lambda=1$ ويمثل - —▲— عندما $\lambda=3$.

(5) الاستنتاجات:

من خلال هذا البحث تم التوصل الى مجموعة من الاستنتاجات يمكن إجمالها بالنقاط الآتية:

1- التوزيع الاحتمالي لمقدر عامل الحرف العشوائي من التوزيعات الاحتمالية غير الشائعة، ومعلمات هذا التوزيع هي p ، $n-p$ والمعلمة اللامركزية λ.

2- من خلال رسم الدالة التوزيعية في الجانب التجريبي تبين أن هذا التوزيع غير متماثل وهو ذو التواء موجب.

3- لوحظ بعد رسم دالة كثافة احتمال $\hat{k}$ أن المعلمة اللامركزية λ هي المسؤولة عن شكل المنحني.

(6) التوصيات:

1- دراسة التوزيع التقريبي لـ $\hat{k}$ عندما n تكون كبيرة، لأن هذه الدراسة تسهل عملية ايجاد الاحتمال المتراكم لقيمة معطاة k_0 عندما تكون $n>30$.

2- البحث عن التوزيع الاحتمالي للمقدر المختلط $\underline{\hat{\beta}}_M$ بتوافر المعلومات المسبقة التي سبق تعريفها في المعادلة (6).

(7) المصادر

1. الخطيب، أحمد نزيه، (2010)،"**دراسة التوزيع الاحتمالي لعامل الحرف العشوائي بتوفير معلومات مسبقة عشوائية**" رسالة ماجستير، غير منشورة، علوم الحاسوب والرياضيات، جامعة الموصل.
2. القصاب، موفق محمد وسعيد، هيفاء عبد الجواد، (2008)، "**التوزيع الاحتمـالي لمقـدر عامل انحدار الحرف المتحيز**"، مجلة الرافدين، المجلد 8، العدد 14، ص (43-55).
3. Crouse, Robert H., Jin, Chun and Hanumara, R.C.; (1995), "**Unbiased Ridge Estimation With Prior Information and Ridge Trace**" , Commun. Statistics, 24(9), p.p. 2341-2354.
4. Firinguetti, L. and Rubio, H. (2002), "**The Distribution of Stochastic Shrinkage Parameters in Ridge Regression**", Communications in Statistics-Simulation and Computation, 31, P.P.1531-1547.
5. Hoerl, A.E. and Kennard, R.W.; (1970a), "**Ridge Regression: Biased Estimation For Nonorthogonal Problems**", Technometrics , 12, P.P. 55-83.
6. Hoerl, A.E. and Kennard, R.W.; (1970b), "**Ridge Regression: Applications to Nonorthogonal Problems**", Technometrics , 12, P.P. 69-82.
7. Heumman and Shalabh, (2007), **"Weighted Mixed Regression Estimation Under Biased Stochastic Restrictions"**, Springer, P.P. 401-416.
8. Swindel, B. (1976). "**Good Ridge Estimators Based on Prior Information**", Commum. Statist. 5, P.P.1065-75.